CURIOSIDADES MATEMATICAS

UNA FORMULA DE ALGEBRA PUESTA EN VERSO

VICTOR E. CARO
Ex-Rector de la Facultad de Matemáticas e Ingeniería

El renacimiento matemático coincidió con el gran Renacimiento artístico y literario, y tuvo como éste su cuna en Italia.

A fines del siglo XV y principios del siguiente, muchos matemáticos hallábanse empeñados en la resolución de la ecuación de tercer grado, cuya fórmula descubierta y puesta en verso por uno de ellos, "en la ciudad ceñida por el mar", fue el origen de aquel despertar glorioso y causa también de una célebre disputa.

Los protagonistas de aquel duelo memorable, nacidos ambos hacia el año de 1500, fueron Cardán y Tartaglia, figuras excelsas en la historia de las matemáticas.

Fue Cardán, según el historiador Rouse-Ball, un personaje importante, dotado de variados talentos, astuto y audaz, cuya vida ofrece los más violentos contrastes y contradicciones. Hijo de un jurisconsulto de Milán, hizo brillantes estudios y viajó por Europa. Ejerció en Milán y en otras ciudades la medicina, enseñó filosofía, practicó la mecánica y profesó las matemáticas, para las cuales mostraba disposiciones admirables que le permitían resolver sin esfuerzo las más difíciles cuestiones. Estas cualidades iban acompañadas por graves defectos. Sus costumbres eran depravadas y su genio tan irascible que tocaba en la demencia: refiérese que en un acceso de rabia le rebanó las dos orejas a uno de sus hijos. Después de haber sido protegido por la Corte pontificia estuvo encarcelado por herejía. Tuvo gran fama como astrólogo, y esta profesión fue, según la leyenda, causa de su trágico fin, porque habiendo llegado el día de su muerte, según el horóscopo que él mismo se había compuesto, y hallándose en perfecto estado de salud, puso término a su vida, en Roma, suicidándose, para salvaguardiar su honor y mantener incólume su reputación científica.

Tartaglia no se le parecía en nada: era éste el tipo del sabio austero, abnegado y paciente, que se ha levantado por su propio esfuerzo venciendo obstáculos y dificultades. Padecía de un defecto de pronunciación, ocasionado por una lanzada que recibió de niño en el paladar, en un encuentro con los franceses en que murió su padre. Por este defecto se le apellidó Tartaglia, que quiere decir tartamudo; su verdadero nombre era Fontana. Crióse en la mayor pobreza, a tal punto que se cuenta que utilizaba como pizarra para sus tareas y ejercicios escolares, las losas sepulcrales del cementerio de su ciudad natal. Gracias a sus admirables disposiciones y al estudio perseverante y tenaz, logró abrirse camino y alcanzar en Venecia una alta posición y fama de sabio.

Los hombres de ciencia de aquellos tiempos mantenían en el mayor secreto sus descubrimientos y trucos, y sólo en caso extremo, los comunicaban a algún discípulo predilecto, bien así como hasta hace poco, los talladores de diamantes de Amsterdam se trasmitían de padres a hijos los procedimientos del oficio que tánta fama les han dado. De vez en cuando, algún matemático lanzaba un reto público, y si el guante era recogido, los contendores concertaban ante notario las condiciones del duelo, estipulaban un plazo y consignaban en ducados el monto de la apuesta. Vencido el término, el matemático que hubiera resuelto mayor número de los problemas propuestos, era proclamado vencedor, y lo que era muy grave, veía llegar a su tienda para engrosas sus filas, a los discípulos del adalid vencido.

Los problemas que en estos torneos se proponían, conducían casi siempre a ecuaciones de tercer grado, y de ahí el interés y empeño en descubrir algunas reglas para resolverlas. No se empleaban entonces, como ocurre hoy, fórmulas generales, sino concretas, especiales para determinados casos. El signo $+$ indicaba siempre una cantidad positiva; el signo $-$ no se usaba sino en sentido aritmético, y las soluciones negativas eran consideradas como falsas. La expresión que empleamos hoy para la ecuación general de segundo grado

$$ax^2 + bx + c = o$$

no tenía sentido para los matemáticos antiguos, por considerarse que la suma de tres cantidades positivas no puede ser nunca igual a cero. Así, la ecuación de segundo grado, tenía las tres formas siguientes:

$$ax^2 + bx = c \qquad ax^2 = bx + c \qquad ax^2 + c = bx$$

y cada una de ellas su procedimiento para resolverla.

La ecuación incompleta de tercer grado, aspiración y meta de los esfuerzos de los matemáticos, tenía las siguientes formas:

$$\begin{array}{ll} x^3 + px = q & x^3 + mx^2 = n \\ x^3 = px + q & x^3 + n = mx^2 \\ x^3 + q = px & x^3 = mx^2 + n \end{array}$$

Tampoco se conocían nuestros símbolos, signos y exponentes, y las fórmulas se expresaban por medio de palabras: en el lenguaje de la época, el *capítulo* designaba la ecuación, la *cosa* la incógnita, su cuadrado era el *censo*, su cubo el *cubo*, y el término independiente el *número*. Así, por ejemplo, la ecuación:

$$x^2 + px = q$$

se expresaba de esta manera: *Cubo e censi egual a numero*.

He aquí la regla para resolver la ecuación:

$$x + x^2 = a$$

expresada en exámetros latinos por el matemático toscano Lucas Pacioli:

Si res et census numero coæquantur, a rebus
Dimidio sumpto censum producere debes,
Addereque numero, cuyus a radice totiens
Tolle semis rerum, census latusque redibit.

Tartaglia fue retado por un matemático de nombre Del Fiore, de quien se decía que poseía un procedimiento para resolver en ciertos casos la ecuación cúbica, con el cual pensaba humillar a su vanidoso adversario. Tartaglia aceptó el duelo, y sospechando con razón que los problemas que Del Fiore le habría de proponer conducirían a ecuaciones de tercer grado, consagróse por entero en los días anteriores a la fecha fijada, a investigar la cuestión a fondo, y como fruto de sus vigilias y esfuerzos, halló las soluciones que buscaba, en febrero de 1534.

El 22 de dicho mes y año, en la ciudad de Venecia, ante el notario público Jacomo Zambelli, se concertaron las condiciones del duelo y en manos de aquel funcionario depositóse la suma estipulada. El plazo fijóse en cuarenta días y el número de problemas en treinta. Tartaglia que, además de gran matemático era un hábil calculista, halló en menos de dos horas las soluciones de los problemas que le propuso su adversario; en cambio, éste no logró resolver ninguno de los que le correspondían. El vencedor, con magnanimidad, renunció al premio: se contentó con la gloria, y compuso un poema para celebrar aquel resonante triunfo.

He aquí algunos de los problemas propuestos por Del Fiore:

Hallar un número que agregado a su raíz cúbica dé 6.

Hallar dos números en proporción doble $(x, 2x)$ tales que, si se multiplica el cuadrado del mayor por el menor, y al producto se agregan los dos números, el resultado sea 40.

Dividir a 14 en dos partes tales que la una sea la raíz cúbica de la otra.

Un joyero vende un diamante y un rubí por 2.000 ducados: el precio del rubí es la raíz cúbica del precio del diamante.

Un comerciante vende un zafiro por 500 ducados y obtiene como ganancia la raíz cúbica de su capital.

El eco de este torneo llegó a oídos de Cardán, quien inmediatamente se dirigió por escrito y por medio de emisarios a Tartaglia pidiéndole que le enviara su famosa regla para resolver el capítulo del cubo y la cosa igual al número, con el fin de insertarla, con el elogio que merecía, en una obra matemática que tenía en preparación, titulada "Ars Magna"; o bien, si tal era su deseo, para conservarla en secreto. Tartaglia le contestó que él también preparaba una publicación, en la cual incluiría su descubrimiento. El milanés, habituado a ser obedecido, insistió mezclando los ruegos a las amenazas y, finalmente, cambiando de táctica, se valió con astucia de una estratagema que le dio feliz resultado. Escribió a Tartaglia manifestándole que el Marqués del Vasto, ilustre y liberal mecenas, a quien había llegado la fama de sus muchas y felices invenciones, deseaba conocerle, y con tal fin, él, Cardán, lo invitaba a pasar unos días en su casa, donde sería recibido y atendido como lo merecía. El incauto veneciano tragó el anzuelo y se trasladó a Milán. El liberal mecenas no apareció por ninguna parte, y el resultado de aquella visita fue que, engañado y seducido por su rival, Tartaglia acabó por enseñarle el secreto de su descubrimiento, no sin haberle hecho antes prometer, bajo solemne juramento, que jamás lo revelaría, ni lo publicaría, ni siquiera lo consignaría por escrito. Para poder conservar en la memoria las diversas fases del desarrollo de la ecuación cúbica, Tartaglia había encerrado la trama matemática en unos tercetos endecasílabos, que revelan mucho ingenio y facilidad de versificación.

En seguida trascribimos esta composición, muy poco conocida, con la traducción en prosa y la interpretación matemática. Hela aquí:

1—Quando che'l cubo con le cose appresso,
Se aggaglia a qualche numero discreto,
Trovati dui altri differenti in esso.

2—Dappoi terrai questo per consueto
Che'l lor produtto sempre sia eguale
Al terzo cubo delle cose netto.

3—El residuo poi suo generale
Delli lor lati cubi ben sottrati
Vorrà la tua cosa principale.

4—In el secondo de colesti atti,
Quando che'l cubo restasse lui solo,
Tu osservarai quest'altri contratti.

5—Del numer farai due, tal part'a volo
Che l'uno e l'altro si produca schietto
El terzo cubo delle cose in stolo.

6—Delle qual poi, per commun precetto,
Torrai li lati cubi insiemne gionti,
Et cotal somma sarà il tuo concetto.

7—El terzo poi de questi nostri conti
Se solve con secondo, se ben guardi
Che per natura son quasi congionti.

8—Questi trovai, et non con passi tardi
Nel mille cinquecento quatro et trenta
Con fondamenti ben saldi e gagliardi,
Nella città dal mar intorno centa.

TRADUCCION

1—Cuando el cubo junto con las cosas
Son iguales a algún número dado,
Hálla otros dos cuya diferencia
sea igual al número.

Interpretación: Sea: $x^3 + px = q$

Pongamos: $t - u = q$

2—Después harás, según el uso,
Que su producto sea siempre igual
Al cubo de la tercera parte de las cosas.

Interpretación:
Hagamos: $t\,u = ({}^1/_3\,p)^3 = {}^1/_{27}\,p^3$

3—En seguida, el residuo general
De las raíces cúbicas restadas
Te dará la incógnita principal.

Interpretación: $x = \sqrt[3]{t} - \sqrt[3]{u}$

(t y u son incógnitas auxiliares, x es la incógnita principal).

4—En la segunda de estas operaciones,
Cuando el cubo permanece solo,
Observarás estos otros preceptos.

Interpretación: Cuando $x^3 = px + q$

5—Dividirás el número en dos partes tales
Que una y otra produzcan exactamente
El cubo de la tercera parte de la cosa.

Interpretación: $t + u = q$ $\quad t\,u = ({}^1/_3\,p)^3$

6—Luégo, por un precepto conocido,
Pondrás juntas las raíces cúbicas
Y esta suma será el resultado.

Interpretación: $x = \sqrt[3]{t} + \sqrt[3]{u}$

7—La tercera de estas operaciones
Se resuelve por la segunda, si observas
Que son casi idénticas por su naturaleza.

Interpretación: $x^3 + q = px$

Se deduce de: $x^3 = px + q$

8—He hallado estas cosas, y no con paso tardo,
El año mil quinientos treinta y cuatro,
Con fundamentos sólidos y vigorosos,
En la ciudad ceñida por el mar.

Pocos años después, en 1545, Cardán, violando la fe jurada, publicó en su libro "Ars Magna" la célebre fórmula, con un estudio sobre la ecuación cúbica. No es nuestro ánimo relatar aquí los detalles de las discusiones a que este acto dio lugar. El mismo Tartaglia refirió la historia de esa polémica, en forma de diálogos, cuya lectura deja la impresión de que fueron escritos con absoluta verdad y sinceridad (1). Hemos querido sólo hacer conocer de los lectores de esta Revista los versos de Tartaglia y contribuír, aunque en mínima parte, a rehabilitar la memoria de este insigne matemático, tan desgraciado en vida como injustamente olvidado después.

---

(1) El Padre Cossali, religioso teatino, que floreció en la segunda mitad del siglo XVIII, en su obra en dos tomos "Origine, trasporto in Italia, primi progressi in essa dell'Algebra", etc., (Parma, 1697-1709), trae una noticia histórica sobre la resolución de la ecuación de tercer grado, noticia reproducida en parte como apéndice del segundo tomo de las "Récréations mathématiques", París, 1926, de W. Rouse Ball. De este último hemos tomado los datos que nos han servido para escribir el presente artículo.