

CALCULO DE LA ALTURA DE BOGOTA (1)

ALFONSO M. NAVIA, C. M.
Director del Observatorio Meteorológico de Tunja.

Requisitos. Las determinaciones barométricas deben hacerse con los datos de dos estaciones, una superior y otra inferior, obtenidos, bien por observaciones simultáneas, bien, lo que es mucho mejor, por los valores medios de una larga serie de observaciones proseguidas en estaciones fijas. De esta manera se aproxima el observador a la condición que supone la fórmula de un equilibrio estático de la atmósfera, que casi nunca existe mientras se efectúan observaciones singulares.

Si las diferencias de nivel deducidas de observaciones simultáneas están ya sujetas a error, la incertidumbre crece de punto cuando se trata de buscar la altura absoluta de una estación aislada, ya que para calcularla hay que partir de una hipótesis sobre el estado del barómetro al nivel del mar.

A estas causas de incertidumbre hay que añadir las provenientes de las circunstancias de observación y hasta del aparato empleado para medir la presión atmosférica: estado de la atmósfera, hora de observación, errores instrumentales, etc.; pues, si bien existen medios de evitar los primeros y fórmulas para calcular los demás, es difícil encontrar la verdadera presión barométrica del lugar con una o pocas observaciones aisladas. De lo cual se infiere la necesidad que hay de obtener el valor medio de muchas observaciones hechas en los momentos de máxima y de mínima barométrica.

La fórmula de Laplace tiene, además, en cuenta la tensión del vapor de agua en las dos estaciones, y la omisión de este factor puede falsear notablemente el resultado de las operaciones. Por esto llegan a aconsejar los meteorólogos que, en vez de omitir la corrección cuando faltan las observaciones de humedad, es preferible suponer los $\frac{3}{4}$ de la tensión máxima del vapor correspondiente a la temperatura t del lugar; porque este modo de proceder, aunque arbitrario, hace que el término correctivo así hallado difiera en menos de $\frac{1}{4}$ del valor real.

Debido a la falta de estaciones meteorológicas ha sido imposible en los años pasados recopilar los datos suficientes para determinar de una manera satisfactoria la altura de Bogotá. Así, en el

cálculo efectuado por el doctor Rafael Alvarez Salas en mayo de 1892, figuran las observaciones de un solo día, y se hace caso omiso de la tensión del vapor de agua, así como de la presión simultánea en una estación inferior de altura conocida. En la verificación intentada últimamente en 1932 (*Anales de Ingeniería* N° 472, pág. 675) no se introduce en el cálculo la tensión del vapor de agua, se hace una hipótesis sobre la presión barométrica y la temperatura al nivel del mar, y se cometen algunos errores que infirman totalmente el resultado que se busca.

Para hallar la altura barométrica de Bogotá era indispensable tener datos fidedignos de la presión, temperatura y tensión del vapor en una estación inferior que estuviera más o menos en la misma latitud y a una altura conocida sobre el nivel del mar. El lugar más a propósito para este objeto es Buenaventura; pero desgraciadamente no hubo allí en años pasados una estación meteorológica que funcionara con regularidad: los datos suministrados en 1931 y 1932 por una de ellas, y publicados en el *Boletín de Agricultura*, números 5 a 12, además de ser incompletos, no ofrecen la debida confianza. Hoy, empero, sí se puede contar con los suministrados por la estación allí instalada desde mayo de 1935 por el servicio aerológico del Ministerio de Guerra, de suerte que en breves años será posible tener, con un desempeño esmerado como el actual, un acopio suficiente de ellos para establecer experimentalmente los valores medios de la presión barométrica, de la temperatura y de la tensión del vapor de agua en Buenaventura.

Datos de Buenaventura. Fueron suministrados gentilmente por el señor Epifanio González, jefe del Servicio Aerológico, y corresponden a las observaciones llevadas a cabo por la estación instalada en Buenaventura desde mayo de 1935. El barógrafo de la estación, debidamente patronado con un barómetro de mercurio, está colocado a 6 metros sobre el nivel medio del mar, e inscribe la presión barométrica ya corregida de los errores instrumentales y reducida a 0°. El dato remitido de la presión no ha sido reducido a la gravedad normal de la latitud de 45°.

(1) Al presente trabajo se formularán algunas observaciones por cuenta de la Dirección del Observatorio Astronómico Nacional—en un número posterior de esta Revista—cuando se publiquen en ella los resultados obtenidos últimamente con la serie de datos barométricos que puede considerarse como definitiva para Bogotá. Entre tanto enviamos al Director del Observatorio Meteorológico de Tunja nuestros sinceros agradecimientos. La Dirección.

Datos de Buenaventura Junio de 1935 a mayo de 1936.

1935	Presión a 0°	Tempera- tura media	Tensión del vapor	1936	Presión a 0°	Tempera- tura media	Tensión del vapor
Junio	759,3 mm	25°0	21,10 mm	Enero	759,5 mm	25°6	21.85 mm
Julio	759,3	25 2	21,36	Febrero	759,8	26 3	22.29
Agosto	759,7	24 8	20,87	Marzo	759,5	26 1	21.31
Septiembre	759,7	25 1	21,30	Abril	759,7	26 5	21.91
Octubre	759,9	24 8	21,00	Mayo	760,1	25 6	22.11
Noviembre	760,1	25 1	21,00				
Diciembre	759,8	25 4	21,70				
Promedio en doce meses					759,7 mm	25°46	21.48 mm

Las observaciones de un año no bastan, por cierto, para establecer el valor medio general de la presión, de la temperatura y de la tensión del vapor; pero, en el presente caso hay motivo para presumir que dicho valor ha de diferir muy poco del obtenido durante este primer año. En efecto, los datos suministrados por la estación aerológica de Buenaventura están casi perfectamente de acuerdo con los que obtuvo en 1933 el mismo señor González y con los que tres años antes habíamos obtenido personalmente:

Obs. de 1930: $h=759,2^{mm}$ $t=27^{\circ}4$ $t.v.=22,0^{mm}$

Obs. de 1933: $h=760,1^{mm}$ $t=25^{\circ}6$ $t.v.=21,9^{mm}$

Además, el valor de la presión barométrica 759,7 mm. dado por la estación aerológica, se obtiene por el cálculo, como tendremos ocasión de demostrarlo en un próximo estudio, haciendo la corrección de latitud a la tensión máxima del vapor de agua que, según las tablas de Regnault (1) corresponde a $99^{\circ}96$ temperatura a que

hierve el agua en Buenaventura. Hé aquí dicho cálculo:

Tensión del vapor para $99^{\circ}96$, latitud 45° :
 $733,21 + 26,79 \times 0,96 \dots\dots\dots 758,928^{mm}$

Corrección de latitud para Buenaventura: $3^{\circ}53'47''$:

$0,71 \cos 2\lambda = 0,71 \times \cos 7^{\circ}47'34'' \dots\dots\dots 0,704$

Valor general medio de la presión en Buenaventura: 759,632^{mm}

Datos de San Bartolomé. Tanto la presión barométrica, como la temperatura y la tensión del vapor, se han tomado de los valores medios anuales observados, de dos en dos horas, durante los trece años y medio que lleva de fundado el Observatorio Meteorológico de San Bartolomé.

Hé aquí los promedios anuales, como aparecen en los números publicados de *Anales del Observatorio de San Bartolomé*, en el *Anuario de Estadística Nacional* de 1935, y en las hojas remitidas galantemente para las observaciones inéditas:

Datos del Observatorio Meteorológico de San Bartolomé

AÑOS	Presión b normal	Tempera- tura media	Tensión del vapor	AÑOS	Presión b normal	Tempera- tura media	Tensión del vapor
1923	558,3 mm	14°6	8,08 mm	1930	560,0 mm	14°9	8,19 mm
1924	559,0	14 8	8,32	1931	560,3	15 2	8,62
1925	559,1	14 5	8,02	1932	560,1	14 8	8,37
1926	559,3	15 2	8,21	1933	560,4	14 8	8,70
1927	559,8	14 8	8,39	1934	560,6	14 5	8,34
1928	559,9	14 8	8,26	1935	560,5	14 7	8,65
1929	559,8	14 9	8,00	1936 (1)	560,4	15 2	8,62
(1) Promedio de los cinco primeros meses. Promedio de trece años y medio					mm 559,821	14°,83	8,34 mm

La presión barométrica se da ya corregida de los errores de capilaridad y de temperatura, como también reducida a la gravedad normal, la cual es para San Bartolomé de -1,483. Mas, como en el cálculo de alturas mediante las tablas

de Angot, que vamos a emplear, se incluye esta reducción, es preciso añadir a la presión barométrica suministrada, la corrección de gravedad: $559,821 + 1,483 = 561,304$ mm.

En la sala de los barómetros de San Bartolomé el agua hierve a $91^{\circ}71$ que corresponde, según las tablas de Regnault, a una tensión de

(1) Cf. *Annuaire du Bureau des Longitudes*, 1926, página 508.

$$545,78 + 20,98 \times 0,71 \dots 560,676 \text{ mm}$$

Más corrección de latitud, $4^{\circ}36'$:
 $0,71 \cos 9^{\circ}12' \dots 0,701$

Presión general media para San Bartolomé... 561,377 mm
 Valor muy vecino al observado, lo cual es una comprobación.

Los barómetros están instalados en el cuarto piso del Colegio a 15,95 metros de altura sobre el nivel de la calle 9ª con carrera 6ª. Como es de la mayor importancia reducir la altura de Bogotá a la placa de nivel del Observatorio Astronómico Nacional, hemos pedido a la Dirección de Obras Públicas Municipales los datos correspondientes:

Cota de la esquina de la carrera 6ª con calle 9ª, sobre el costado sur de la calle... 639,134 m.

Cota de la intersección de la calle 8ª con carrera 8ª (entrada del Observatorio Astronómico) sobre el pozo de inspección... 627,868

Diferencia... 11,266 m.

Altura del barómetro de San Bartolomé, sobre la cota del costado sur de la calle 9ª con carrera 6ª... 15,950

Altura del barómetro de San Bartolomé, sobre el pozo de inspección... 27,216 m.

Diferencia entre el pozo de inspección y la placa de nivel del Observatorio Astronómico Nacional... 1,000 m.

Altura del barómetro de San Bartolomé, sobre la placa de nivel del Observatorio Astronómico Nacional... 26,216 m.

Cálculo de la altura por medio de las tablas de Angot. Ordinariamente se obtienen las alturas barométricas mediante el empleo de tablas basadas en la fórmula de Laplace. Las más usadas son quizás las de Angot, que se publican pe-

riódicamente en el *Annuaire du Bureau des Longitudes* (v. gr. el de 1926, pág. 161 y siguientes), y son las que emplearemos en el cálculo de la altura de Bogotá. Para reducirla a tablas, la fórmula de Laplace ha sido transformada en esta otra:

$$Z = 18400 \left[1 + \frac{k(Z + 2z_0)}{2R} \right] (1 + \alpha \theta) \log \frac{h}{h'}$$

Como la tabla I del anuario antes citado permite corregir de la variación de gravedad la presión barométrica reducida a 0° , utilizaremos las de Buenaventura y San Bartolomé, sin reducirlas a la gravedad normal.

Datos empleados:

Buenaventura: 6 m. sobre el nivel del mar; latitud $3^{\circ}53'47''$; observaciones de un año (junio de 1935 a mayo de 1936).

San Bartolomé: 26,2 m. sobre el Observatorio Astronómico Nacional; latitud $4^{\circ}35'55''$; observaciones de trece años y medio.

La tabla I da para las presiones por reducción de gravedad:

Para Buenaventura $759,700 - 0,003 \dots 759,697^{\text{mm}}$

Para S. Bartolomé $561,304 - 0,420 \dots 560,884^{\text{mm}}$

De suerte que los datos quedan así:

Bvtura. : $h = 759,697^{\text{mm}}$; $t = 25^{\circ}46'$; $f = 21,48^{\text{mm}}$

S. Bm. : $h' = 560,884^{\text{mm}}$; $t' = 14^{\circ}83'$; $f' = 8,34^{\text{mm}}$

1º Cálculo de la temperatura corregida θ :

Media aritmética: $\frac{25,46 + 14,83}{2} \dots 20^{\circ}14'$

Corrección por latitud media 4° (tabla II) $0^{\circ}69'$

Corrección por t. d. v. en Buenaventura:

$$\frac{51^{\circ}36' \times 21,48}{759,697} \dots 1^{\circ}45'$$

Corrección por t. d. v. en San Bartolomé:

$$\frac{51^{\circ}36' \times 8,34}{560,884} \dots 0^{\circ}76'$$

$$\theta = 023^{\circ}4'$$

2º Cálculo de la altura aproximada Z' (tabla IV):

$$\text{Para } 759,697 \dots 16196,4 + 10,6 \times 0,697 \dots 16203,8$$

$$\text{Para } 560,884 \dots 13766,7 + 14,2 \times 0,884 \dots 13779,3$$

$$Z' =$$

$$2424,5 \text{ m.}$$

3.º Corrección de temperatura $\theta = 23^{\circ}04'$ (tabla V):

$$\text{Para } 2000 \text{ m.} \dots 146,8 + 73,4 \times 0,304 \dots 169,1$$

$$\text{Para } 400 \text{ m.} \dots 29,4 + 14,6 \times 0,304 \dots 33,8$$

$$\text{Para } 24,5 \text{ m.} \dots 2,0$$

$$\text{Corrección} =$$

$$204,9 \text{ m.}$$

$$Z'' = 2629,4 \text{ m.}$$

4.º Corrección de altura $Z'' = 2629,4$ y $z_0 = 6 \text{ m.}$ (tabla VI):

$$0,6 + 0,8 \times 0,6294 \dots$$

$$1,1 \text{ m.}$$

$$\text{Diferencia de nivel entre barómetros} \dots$$

$$Z = 2630,5 \text{ m.}$$

$$\text{Barómetro de Buenaventura sobre el mar} \dots$$

$$z_0 = 6,0 \text{ m.}$$

$$\text{Altura de San Bartolomé sobre el mar} \dots$$

$$2636,5 \text{ m.}$$

Altura de San Bartolomé sobre el mar	2636,5 m.
Diferencia de nivel entre San Bartolomé y la placa de nivel del Observatorio Astronómico Nacional	26,2 m.
Altura del Observatorio Astronómico Nacional sobre el mar	2610,3 m.

Cálculo de la altura por la fórmula de Laplace-Ganot. La fórmula primitiva de Laplace no puede aplicarse sino por aproximaciones sucesi-

vas, ya que la incógnita Z figura en ambos miembros de la ecuación. Es, por tanto, más cómodo emplearla transformada, por ejemplo, tal cual la ofrece Ganot (1)

$$Z = 18400 (1 + 0,002552 \cos 2\lambda) (\log H - \log H') \left[1 + \frac{2(\theta + \theta')}{1000} \right]$$

En ella:

1.— 2λ equivale a la suma de las latitudes de las dos estaciones, o sea, en nuestro caso:

$$2\lambda = 8^\circ 29' 42''$$

De donde:

$$1 + 0,002552 \cos 2\lambda = 1,002524$$

2.— H y H' son las presiones en las estaciones inferior y superior, corregidas de los errores instrumentales y reducidas a la gravedad normal de la latitud 45° . La presión barométrica de San Bartolomé, $H' = 559,821$ mm, cumple ya con estos requisitos; la de Buenaventura necesita ser reducida a la gravedad normal.

Sea h_0 la presión corregida de Buenaventura, 759,7 mm.; g la aceleración de la gravedad en ese lugar, que tiene de latitud $3^\circ 53' 47''$; valor de g en Buenaventura mediante la fórmula de Bowie:

$$g = 978,039 (1 + 0,005294 \sin^2 \lambda - 0,0000007 \sin^2 2\lambda) = 978,063 \text{ cm.}$$

Sea G el valor normal de la aceleración de la gravedad al nivel del mar en la latitud 45° , que es igual a 980,665 cm.; la reducción a esta gravedad viene dada por la fórmula:

$$H = \frac{h_0 g}{G}$$

y para Buenaventura:

$$H = \frac{759,7 \times 978,063}{980,665} = 757,684 \text{ mm.}$$

Luego la corrección de gravedad es para Buenaventura:

$$759,700 - 757,684 = -2,016 \text{ mm.}$$

De donde

$$\log H - \log H' = 0,131439$$

$3^\circ - \theta$ y θ' son las temperaturas corregidas de la tensión del vapor de agua en las dos estaciones, o sea:

Suma de las temperaturas:

$$25^\circ 46' + 14^\circ 83' \dots 40^\circ 29'$$

Corrección por t. d. v. en Buenaventura:

$$\frac{51^\circ 36' \times 21,48}{757,684} \dots 1,46$$

Corrección por t. d. v. en San Bartolomé:

$$\frac{51^\circ 36' \times 8,34}{559,821} \dots 0,76$$

$$\theta + \theta' = 42^\circ 51'$$

y

$$1 + \frac{2(\theta + \theta')}{1000} = 1,08502$$

Reemplazando valores y efectuando, tenemos:

$$Z = 18400 \times 1,002524 \times 0,131439 \times 1,08502 = 2630,7 \text{ m.}$$

Diferencia entre barómetros $Z = 2630,7 \text{ m.}$

Altura de Buenaventura sobre el mar $z_0 = 6,0 \text{ m.}$

Altura de S. Bartolomé sobre el mar = 2636,7 m.

Diferencia de nivel con la placa del Observatorio Astronómico Nacional 26,2 m.

Altura del Observatorio Astronómico Nacional sobre el mar 2610,5 m.

Cálculo por la fórmula hipsométrica de Garavito. Como confirmación de los cálculos anteriores, podemos añadir el resultado de una observación hecha en agosto de 1934, en el salón de los barómetros de San Bartolomé:

Temperatura de ebullición del agua $91^\circ 7'$

Temperatura ambiente $14^\circ 5'$

Hora de observación 11 y 30

Haciendo uso de las tablas de Garavito (1), aplicamos la fórmula:

$$A' = A - 11,4 + \frac{(A - 11,4) 2(t' + 30^\circ)}{1000}$$

en que A' y t' son la altura buscada y la temperatura ambiente en el lugar del experimento. A es la altura aproximada que se halla en las tablas, al frente de los grados del hipsómetro y de la presión corregida por causa de la hora.

Para $91^\circ 7'$ se lee (pág 3): 560,39 mm. del barómetro, presión que, corregida por causa de la hora con el término $-0,41$ (pág. 8) se convierte en 559,98 mm.

Volviendo a la pág. 3, e interpolando, se obtiene el valor de A :

$$\text{Para } 559,98 \dots 2456,3 - \frac{30 \times 1,69}{2,1} \\ \text{o sea } A = 2432,2 \text{ m.}$$

Y efectuando, se tiene para San Bartolomé: 2636,2 metros.

De donde, altura del Observatorio Astronómico Nacional, 2610,0 m.

Introduciendo en el cálculo los valores generales medios de la presión en Buenaventura: 759,632 mm y en San Bartolomé: 561,377 mm. según lo explicado más arriba, hallamos para el Observatorio Astronómico Nacional la altura de 2609 metros.

(1) Ganot, *Traité élémentaire de Physique*, N° 207.2.

(1) Tablas para el uso del hipsómetro empleadas en la Oficina de Longitudes, Bogotá. Imprenta y Litografía de Juan Casís. 1920.

Nivelaciones topográficas. En diversas épocas se han hecho algunas nivelaciones parciales desde el nivel medio de las aguas del mar, en Bocas de Ceniza, hasta la placa de nivel del Observatorio Astronómico. Hé aquí el extracto de todas ellas:

Nivelación de la Julius Berger Konsortium a lo largo del río Magdalena, desde el nivel del mar, en Bocas de Ceniza, hasta el estribo izquierdo del puente colgante en Girardot; cota de este B. M.	262,44 m.
--	-----------

Diferencia de nivel entre la copa de los rieles en el centro del puente y las aguas medias del río (dato de los planos levantados por la casa Armstrong para la construcción del puente)	32,13
--	-------

(Hay alguna incertidumbre sobre si el nivel medio de las aguas estaba a la misma altura que el B. M. de la Berger).

Conjunto de los datos compilados por Alvarez Salas, de nivelaciones ejecutadas entre las estaciones de Girardot y Bogotá	2289,80
--	---------

Nivelación practicada por Luis Lobo Guerrero entre la estación del Ferrocarril y el piso bajo del Observatorio Astronómico.	23,42
---	-------

Altura del Observatorio Astronómico, según nivelaciones topográficas (2)	2607,79 m.
--	------------

Altura barométrica hallada según nuestros cálculos	2610,30
--	---------

Diferencia	2,51 m.
----------------------	---------

En trabajos de esta índole no puede exigirse mayor concordancia. Parece, pues, que se debe admitir para Bogotá una altura de 2610 metros con un error probable no mayor de $\pm 2,5$ metros.

(2) Anales de Ingeniería, N° 472, pág. 679.