

ONDAS DE MATERIA EN REDES ÓPTICAS Y PROPIEDADES DE COHERENCIA

J. Zapata^{1,4,5}, A. M. Guzmán^{1,2} y P. Meystre³

¹Depto. de Física, Universidad Nacional de Colombia, Bogotá

²Georgia Tech Lorraine, 57070 Metz, France

³Optical Science Center, University of Arizona, Tucson, Arizona 85721

⁴Depto. de Física, Universidad del Atlántico, Barranquilla, Colombia

⁵Depto. de Física, Universidad del Norte, Barranquilla, Colombia

Resumen

Átomos ultrafríos confinados en una red óptica tienen un comportamiento similar al de electrones en un cristal. La cuantización del movimiento del centro de masa de los átomos es manifiesta en las bandas de energía. La interacción mecánico-cuántica dipolo-dipolo entre átomos en una red óptica conlleva transferencia de momentum a través del campo electromagnético de vacío. Usando una base de funciones de Bloch, estudiamos la dispersión entre átomos libres y ligados en una red óptica. En una red óptica acelerada por la gravedad, los átomos exhiben comportamientos cuánticos tales como oscilaciones de Bloch, escaleras de energía de Wannier-Stark, y fenómenos de tunelamiento. Las posiciones y anchos de las escaleras de resonancia Wannier-Stark son obtenidas como estados metaestables. Presentamos una aproximación operacional para discutir formas de medir altos órdenes de correlación mutua entre campos de materia y radiación dinámicamente acoplados.

Abstract

The behavior of ultracold atoms in an optical lattice is similar to that of electrons in a crystal. The center of mass motion of the atoms is quantized in energy bands. The quantum dipole-dipole interaction between atoms in an optical lattice, takes place through the momentum exchange of the electromagnetic vacuum field. Using a basis of Bloch functions, we study bound-free atomic collisions in an optical lattice. Atoms moving in an optical lattice accelerated by gravity exhibit quantum behavior such as Bloch oscillations, Wannier-Stark ladders and

tunneling-phenomena. The positions and widths of the Wannier-Stark ladder of resonances are obtained as metastable states. We present an operational approach to discuss ways to measure the higher-order cross correlations between radiation and matter-wave fields dynamically coupled.

1. Introducción: redes ópticas, para qué?

Son muchos los ejemplos que muestran como las redes ópticas ofrecen un nuevo “laboratorio” en el cual se pueden estudiar una amplia variedad de fenómenos que combinan conceptos de física atómica, óptica y materia condensada. La preparación de estados cuánticos y el control coherente en redes ópticas se ha realizado experimentalmente^[1]. Recientemente, se ha propuesto un sistema de átomos neutros, atrapados en una red óptica lejos de resonancia, para implementar compuertas lógicas^[2]. Se han desarrollado métodos para obtener “entanglement” de átomos en redes ópticas a través de colisiones ultrafrías controladas^[3]. La realización experimental del primer láser de átomos pulsado se obtuvo depositando un condensado de Bose-Einstein en una red óptica acelerada por la gravedad^[4].

Las redes ópticas pueden ser usadas para el estudio de muchos efectos normalmente asociados con la física del estado sólido. Los átomos confinados en redes ópticas aceleradas muestran comportamientos cuánticos tales como oscilaciones de Bloch^[5], escaleras de Wannier-Stark^[6,7], y fenómenos de tunelamiento^[8-10] usualmente asociados con electrones en cristales. En este trabajo presentamos algunos resultados sobre la dispersión entre átomos en redes ópticas, el cálculo de escaleras de energía de Wannier-Stark en redes ópticas aceleradas por la gravedad, y un esquema operacional para medir correlaciones de alto orden entre campos de materia y radiación.

2. Dispersión en redes ópticas 1D

El patrón de interferencia de un conjunto de láseres contrapropagantes puede crear un potencial periódico estable para átomos neutros a través del corrimiento Stark dinámico, o corrimientos de luz, el cual puede atrapar y organizar átomos en una estructura ordenada, como las redes cristalinas. Una red óptica 1D está configurada por dos láseres

contrapropagantes en la dirección z , con polarizaciones lineales mutuamente perpendiculares, número de onda $k_L = 2\pi/\lambda$ y frecuencia ω_L , acoplados lejos de resonancia con la transición atómica $J_g = 1/2 \rightarrow J_e = 3/2$ de frecuencia ω_A . Después de la eliminación adiabática de los estados excitados, los átomos son descritos en los estados base $|g, M = \pm 1/2\rangle$, sujetos al potencial óptico efectivo^[11]:

$$U_{\pm}(z) = \mp \frac{U_0}{2} \cos 2k_L z, \quad (1)$$

donde $U_0 = (2/3)\hbar\delta s_0$ es la profundidad del potencial, con $\delta = \omega_L - \omega_A$ la desintonización, y $s_0 = (\Omega^2/2)/(\delta^2 + \Gamma^2/4)$ el parámetro de saturación. En esta última expresión Ω es la frecuencia de Rabi y Γ la tasa de decaimiento espontáneo de la transición atómica.

La dinámica de átomos no interactuantes confinados en el potencial óptico es gobernada por la ecuación de Schrödinger:

$$H_0 \phi_{n,q_z}^M(z) = E_n(q_z) \phi_{n,q_z}^M(z), \quad (2)$$

donde $H_0 = P_z^2/2m + U_M(z)$, m es la masa atómica, $E_n(q_z)$ la energía de los átomos en la banda n y cuasimomentum $\hbar q_z$, y las funciones de Bloch $\phi_{n,q_z}^M(z)$ son expresadas como

$$\phi_{n,q_z}^M(z) = \exp[iq_z z] \chi_{n,q_z}^M(z), \quad (3)$$

donde las funciones $\chi_{n,q_z}^M(z)$ tienen la misma periodicidad $a = (\lambda/2)\hat{e}_z$ de la red óptica.

La Fig. 1 muestra la relación de dispersión energía-cuasimomentum $E_n(q_z)$ en la primera zona de Brillouin^[12], para una profundidad del potencial óptico $U_0 = -2.1 E_R$, donde $E_R = \hbar^2 k_L^2/2m$ es la energía de retroceso.

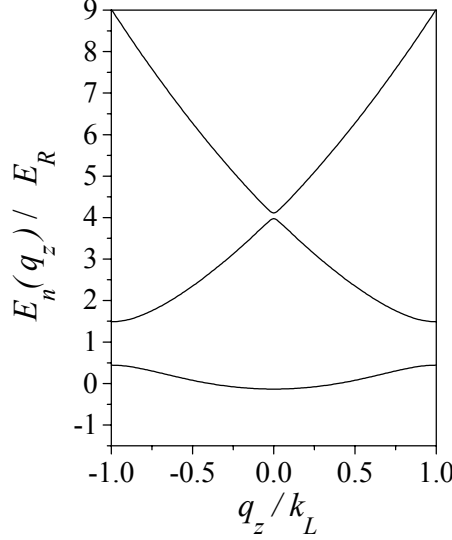


FIG. 1. Bandas de energía $E_n(q_z)$ (en unidades de E_R) de una red óptica como función del cuasimomentum $\hbar q_z$ en la primera zona de Brillouin $[-k_L, k_L]$ para $U_0 = -2.1 E_R$.

Los átomos en la red óptica adquieren un momento dipolar eléctrico inducido e interactúan a través del intercambio de fotones del campo electromagnético de vacío. Esta interacción dipolo-dipolo depende de los números cuánticos magnéticos, y puede variar en varios órdenes de magnitud ajustando los parámetros de la red tales como la desintonización o la intensidad del campo óptico. En la aproximación de grandes desintonizaciones, los átomos en el estado base interactúan a través de un potencial de interacción dipolo-dipolo efectivo que depende explícitamente del potencial óptico. Expresiones explícitas de la interacción dipolo-dipolo han sido obtenidas^[13], sin embargo, es útil expresar los términos de la interacción dipolo-dipolo en su forma integral antes de realizar la integración sobre los modos del continuo del campo electromagnético de vacío^[14]:

$$V_{M_1 M_2, M'_1 M'_2}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \frac{V_0}{k_L^3} \quad (4)$$

$$\times \oint \frac{k d\mathbf{k}}{k - k_L} \sum_{\alpha\beta=1}^2 \left[A_{\alpha\beta}^{M_1 M_2, M'_1 M'_2}(\Omega) \chi_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) + B_{\alpha\beta}^{M_1 M_2, M'_1 M'_2}(\Omega) \chi_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_2, \mathbf{r}_1) \right],$$

donde $\wp$ corresponde a la parte principal de la integral, α y β caracterizan los láseres contrapropagantes, $V_0 = \hbar\Gamma(\Omega^2/8\delta^2)$, y las funciones $A_{\alpha\beta}^{M_1M_2,M'_1M'_2}(\Omega)$ y $B_{\alpha\beta}^{M_1M_2,M'_1M'_2}(\Omega)$ son combinaciones lineales de armónicos esféricos para el ángulo sólido Ω del vector de onda $\mathbf{k}$ del campo electromagnético de vacío. La única dependencia sobre los vectores de posición $\mathbf{r}_1$ y $\mathbf{r}_2$ es a través de las funciones $\chi_{\alpha\beta}(\mathbf{r}_i, \mathbf{r}_j) = \exp[i(\mathbf{Q}_\alpha \cdot \mathbf{r}_i - \mathbf{Q}_\beta \cdot \mathbf{r}_j)]$, donde $\mathbf{Q}_\alpha = \mathbf{k} - \mathbf{K}_\alpha$.

Para evaluar los elementos matriciales de la interacción dipolo-dipolo, realizamos primero la integración espacial y luego la integración en el espacio de vacío $\mathbf{k}$. En reciente trabajo^[15], hemos presentado los cálculos analíticos de los elementos matriciales de la interacción dipolo-dipolo en una base de funciones de Bloch. Para un proceso de dispersión dado, el cambio de momentum atómico total a lo largo del eje de la red es necesariamente un vector de la red recíproca, $\Delta q_{1z} + \Delta q_{2z} = 2\ell_z k_L$, con ℓ_z entero.

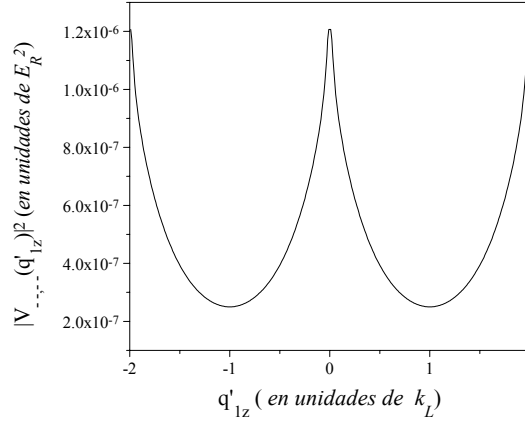


FIG. 2. Elemento matricial de la interacción dipolo-dipolo al cuadrado $|V_{---}(q'_{1z})|^2$ (en unidades de E_R^2) como función del cuasimomentum final $\hbar q'_{1z}$ del átomo cuasilibre, para $U_0 = -2.1E_R$ y $\delta = -10\Gamma$.

La Fig. 2 muestra el cálculo del elemento matricial $V_{---}(q'_{1z})$ al cuadrado, como función del cuasimomentum final $\hbar q'_{1z}$ del átomo cuasilibre, asumiendo que el átomo ligado está inicialmente en un estado de Bloch, en la banda de energía $n_2 = 0$ y cuasimomentum $\hbar q_{2z} = 0$, y el

átomo cuasilibre está inicialmente en un estado de Bloch, en la banda de energía $n_1 = 1$ y cuasimomentum $\hbar q_{1z} = 0$. La gráfica del elemento matricial al cuadrado $|V_{--,--}(q'_{1z})|^2$ presenta un pico central, y dos picos correspondientes a dispersión Bragg en los cuales el átomo cuasilibre experimenta un cambio de momentum igual a un vector de la red recíproca $\Delta q_{1z} = \pm 2k_L$.

3. Escaleras Wannier-Stark inducidas por gravedad en redes ópticas

La teoría cuántica de la conductividad eléctrica en redes cristalinas condujo a la predicción que un campo eléctrico DC induce un movimiento oscilatorio en lugar de un movimiento uniforme de los electrones, conocido como oscilaciones de Bloch. Otros dos efectos cuánticos importantes son el tunelamiento Landau-Zener y las escaleras de energía Wannier-Stark. Debido a complicaciones tales como impurezas, y vibraciones de la red, observaciones nítidas de estos efectos en cristales han sido muy difíciles. Estos efectos, inicialmente estudiados teóricamente en el estado sólido, han sido observados en un sistema físico diferente: átomos ultrafríos en redes ópticas^[5-10]. En reciente trabajo^[16], hemos presentado un método para calcular escaleras de energía Wannier-Stark inducidas por gravedad en redes ópticas. En presencia de la gravedad, el Hamiltoniano de átomos no interactuantes es dado por

$$H = H_0 + mgz \quad (5)$$

donde mg es la fuerza de gravedad, y H_0 es el Hamiltoniano de los átomos en la red óptica, como arriba.

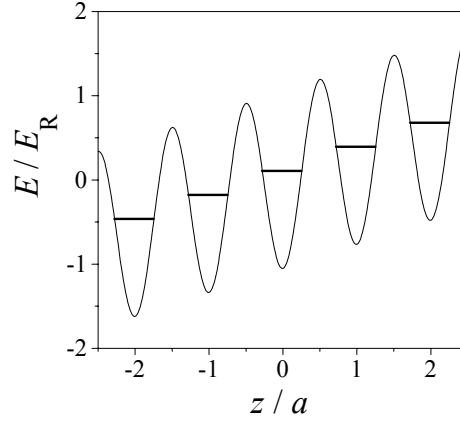


FIG. 3. Potencial periódico inclinado por la gravedad y escaleras Wannier-Stark, en unidades de energía de retroceso E_R , como función de z , en unidades de a , para $U_0 = -2.1E_R$.

Para estudiar el impacto de la gravedad sobre la dinámica atómica en la red, procedemos eliminando la contribución gravitacional del Hamiltoniano (5) a través de la transformación unitaria:

$$\Psi(z, t) = \exp[-imgzt / \hbar] \tilde{\Psi}(z, t). \quad (6)$$

La evolución de $\tilde{\Psi}(z, t)$ es gobernada por el Hamiltoniano transformado dependiente del tiempo:

$$\tilde{H}(t) = \frac{(p - mgt)^2}{2m} + U_M(z), \quad (7)$$

el cual es el mismo Hamiltoniano H_0 con momento corrido por mgt . Cuando el intervalo de tiempo corresponde a un período de Bloch, $T_B = 2\hbar k_L / mg$, el corrimiento de momento que experimenta el átomo es exactamente un vector de la red recíproca $2\hbar k_L$. Como se muestra en la Fig. 3, el principal efecto de la gravedad sobre la red óptica es convertir las bandas de energía en escaleras de energía, denominadas escaleras Wannier-Stark. Definiendo los nuevos estados de Wannier- Bloch como estados estroboscópicos (con período de Bloch) del Hamiltoniano dependiente del tiempo, en la Ref. [16] hemos calculado las posiciones y

anchos de la escalera de resonancias Wannier-Stark, $E_n \rightarrow E_n - i\Gamma_n / 2$.

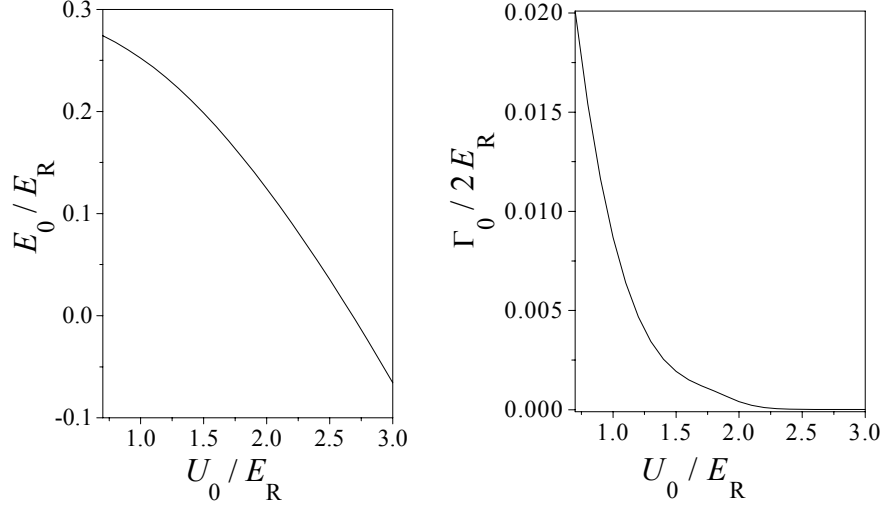


FIG. 4. Posición E_0 y ancho $\Gamma_0 / 2$ de la resonancia más baja (en unidades de E_R) como función de la profundidad del potencial óptico U_0 .

La Fig. 4 muestra el cálculo de la posición y ancho de la resonancia más baja, como función de la profundidad del potencial óptico. Como se puede observar, a medida que aumenta la profundidad del potencial, la posición de la resonancia más baja desciende, mientras que el ancho disminuye. El inverso del ancho de la resonancia es proporcional al tiempo de vida del estado metaestable. Por esto, a medida que la profundidad del potencial óptico aumenta, el tiempo de vida del estado metaestable, correspondiente a la resonancia más baja, aumenta, y por ende los fenómenos de tunelamiento son menos probables.

4. Coherencia mutua de ondas de materia y radiación

En reciente trabajo^[17], hemos usado un esquema operacional para discutir formas de medir altos órdenes de correlación mutua entre campos de materia y radiación dinámicamente acoplados. Este consiste de una serie de fotodetectores estándar, los cuales denominamos detectores de Maxwell y de detectores de ondas de materia de Schrödinger. Los detectores de Schrödinger operan focalizando fuertemente un láser sobre los átomos, ionizándolos, y midiendo la corriente electrónica resultante.

El campo óptico se describe por su operador de campo eléctrico $\mathbf{E}(\mathbf{r}, t)$ y el campo de materia por su operador de campo de Schrödinger $\Psi(\mathbf{r}, t)$, el cual satisface relaciones de conmutación bosónicas para átomos bosónicos que consideramos aquí

$$[\Psi(\mathbf{r}), \Psi^\dagger(\mathbf{r}')] = \delta(\mathbf{r} - \mathbf{r}'). \quad (8)$$

Es necesario tratar el aspecto de la fotoionización, el cual es de especial importancia cuando la estadística cuántica del campo atómico juega un papel importante. Específicamente, los átomos en el campo de Schrödinger $\Psi(\mathbf{r}, t)$ son bosones compuestos que son fotodisociados por el láser en un electrón y un ión, ambas partículas fermiónicas. Por esto, el operador de creación $\Psi_\nu^\dagger(\mathbf{r}, t)$ debería ser entendido como el producto de operadores de creación fermiónicos. En este último operador de creación de pares electrón-ión, el símbolo ν se refiere a estados atómicos del continuo.

Usando un esquema de detección de compuertas temporales, en la Ref. [17] hemos demostrado que la tasa de conteo se reduce a una simple medida de funciones de correlación mutua normalmente ordenadas. Diferentes esquemas de compuertas temporales producen diferentes funciones de correlación mutua entre los campos de materia y radiación. Se puede mostrar fácilmente que los esquemas de compuertas temporales siempre seleccionan el arreglo de los operadores de tal forma que el tiempo se incrementa de afuera hacia adentro. Como resultado de seleccionar el ordenamiento temporal apropiado, es posible medir funciones de correlación involucrando diferentes combinaciones de los operadores del campo de luz y de materia. Por ejemplo, para un sistema de dos detectores de Schrödinger (S) y un detector de Maxwell (M), y la escogencia del ordenamiento temporal $t_1 < t_2 < t_3$, podríamos medir las funciones de correlación

$$G_x^{(3)} = \langle \Psi^\dagger(\mathbf{r}_1, t_1) \Psi^\dagger(\mathbf{r}_2, t_2) \mathbf{E}^{(-)}(\mathbf{r}_3, t_3) \mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{r}_3, t_3) \Psi(\mathbf{r}_2, t_2) \Psi(\mathbf{r}_1, t_1) \rangle, \quad (9)$$

y

$$G_y^{(3)} = \langle \Psi^\dagger(\mathbf{r}_1, t_1) \mathbf{E}^{(-)}(\mathbf{r}_3, t_2) \Psi^\dagger(\mathbf{r}_2, t_3) \Psi(\mathbf{r}_2, t_3) \mathbf{E}^{(+)}(\mathbf{r}_3, t_2) \Psi(\mathbf{r}_1, t_1) \rangle, \quad (10)$$

correspondientes a los ordenamientos $\{SSM\}$ y $\{SMS\}$ respectivamente.

5. Conclusiones

Hemos estudiado procesos de dispersión a primer orden entre átomos cuasilibres y ligados en redes ópticas 1D. El cambio de momentum atómico total es igual a un vector de la red recíproca. El elemento matricial de la interacción dipolo-dipolo entre estados de Bloch sin cambio de spin muestra que se favorecen los procesos de dispersión Bragg en los cuales el átomo cuasilibre cambia su momento en un vector de la red recíproca. Redes ópticas aceleradas por la gravedad cambian su estructura de bandas de energía por escaleras de energía de Wannier-Stark. Las posiciones y anchos de las escaleras de resonancias de Wannier-Stark son obtenidas como estados metaestables. El ancho de la resonancia da la tasa de transición al continuo. Esquemas de conteo de compuertas temporales permiten aislar contribuciones específicas a la señal involucrando diferentes funciones de correlación mutua de campos de Maxwell y Schrödinger.

Referencias

- [1] I. H. Deutsch y P. Jessen, Phys. Rev. A **57**, 1972 (1998).
- [2] G. K. Brennen *et al.*, Phys. Rev. Lett. **82**, 1060 (1999).
- [3] D. Jaksch *et al.*, Phys. Rev. Lett. **82**, 1975 (1999).
- [4] B. P. Anderson y M. A. Kasevich, Science **282**, 1686 (1998).
- [5] M. Ben Dahan *et al.*, Phys. Rev. Lett. **76**, 4508 (1996).
- [6] Q. Niu *et al.*, Phys. Rev. Lett. **76**, 4504 (1996).
- [7] S. R. Wilkinson *et al.*, Phys. Rev. Lett. **76**, 4512 (1996).
- [8] M. Raizen, C. Salomon, y Q. Niu, Phys. Today **50**, 30 (1997).
- [9] C. F. Bharucha *et al.*, Phys. Rev. A **55**, R857 (1997).
- [10] Q. Niu y M. G. Raizen, Phys. Rev. Lett. **80**, 3491 (1998).
- [11] Y. Castin, J. Dalibard, y C. Cohen-Tannoudji, en *Light Induced Kinetic Effects on Atoms*, editado por L. Moi, S. Gozzini, C. Gabbanini, E. Arimondo, y F. Strumina (ETS Editrice, Pisa, 1992).
- [12] N. W. Ashcroft y N. D. Mermin, *Solid State Physics* (Saunders College, Philadelphia, 1976)
- [13] E. V. Goldstein, P. Pax, y P. Meystre, Phys. Rev. A **53**, 2604 (1996).
- [14] A. M. Guzmán y P. Meystre, Phys. Rev. A **57**, 1139 (1998).

- [15] J. Zapata y A. M. Guzmán, *Reglas de selección para interacción dipolo-dipolo en redes ópticas*, aceptado para publicación en Revista Colombiana de Física.
- [16] J. Zapata, A. M. Guzmán, M. G. Moore, y P. Meystre, cond-mat/0009185, aceptado para publicación en Phys. Rev. A.
- [17] G. Prata, J. Zapata, y P. Meystre, Phys. Rev. A **62**, 23605 (2000).