

INTERFERÓMETRO TALBOT DE DESDOBLAMIENTO COMBINADO

Juan Carlos Castrillón Trujillo

jcastri@sigma.eafit.edu.co

Profesor

Universidad EAFIT

Resumen

Los interferómetros de desplazamiento muestran la variación de la distribución de fase de un objeto de estudio en diferentes direcciones. El interferómetro de Talbot pertenece a esta clase de dispositivos en el cual se aprovecha el fenómeno de autoimagen para la obtención del interferograma por técnica de moirè. Se presentan dos notables resultados: inicialmente se genera unas transmitancias con rejillas lineales cruzadas de diferentes período, y se muestra los patrones de interferencia asociados a cada una de las rejillas en planos de autoimagen diferentes y un patrón de interferencia en un plano de autoimagen común para ambas rejillas. El segundo resultado tiene que ver con la elaboración de un par de transmitancias que permiten observar simultáneamente tres tipos de desplazamientos diferentes (lateral, radial y acimutal).

Abstract

Shearing interferometers show how to change the phase distribution of an test object in different ways. Talbot interferometer belongs this kind device which use self-imaging phenomenon to obtain an interferogram by moirè deflectometry. Two results are considered: former, a binary amplitude diffraction cross-type grating with different spatial period are created to shows self-imaging in planes belonging each period and self-imaging in a common plane. In the second one, a diffraction structure which allow displays shearing in lateral, radial and azimuthal directions are created.

Palabras claves: Interferómetros tipo Shearing, Talbot, autoimagen.

1. Introducción

Ha sido establecido y divulgado en muchas publicaciones científicas la utilización de diversos tipos de interferómetros conocidos como de *desplazamiento*, en los cuales se obtiene información sobre desplazamientos laterales, radiales y azimutales de la función de fase del objeto que se quiere chequear (se está haciendo el chequeo óptico analizando la distribución de fase generada por elementos ópticos y objetos transparentes y reflectivos).

Una variedad de estos interferómetros conocido como interferómetro de Talbot (en honor a H. F. Talbot), está basada en un fenómeno conocido como autoimagen (self-imaging) o deflectometría moirè, en el cual la imagen de ciertos objetos es reproducida periódicamente a lo largo del eje de propagación sin la utilización de elementos ópticos. H. F. Talbot fue el primero en observar este fenómeno de la autoimagen y Lord Rayleigh el primero en explicarlo analíticamente y mostrar que al iluminar con onda plana monocromática sobre una rejilla lineal, la distribución de intensidad característica se repite a lo largo de la dirección de iluminación con un período longitudinal de $\frac{2md^2}{\lambda}$, donde m entero positivo, d es el período

de la rejilla y λ la longitud de onda de la fuente [5].

W. Duane Montgomery establece las condiciones necesarias y suficientes para que un objeto plano infinito iluminado por un frente de onda plano monocromático espacialmente coherente forme imágenes de sí misma sin la ayuda de lentes ni dispositivos ópticos. Y él mismo es quien le da al fenómeno el nombre de autoimagen a lo que muy posteriormente en publicaciones de la década de los 70' y 80' se llamó efecto Talbot.

La transformada de Fourier de la estructura general que produce autoimagen se puede describir como [3].

$g(\rho, \nu) = \sum_{m=1}^M \delta(\rho - \rho_m) \varphi_m(\nu) C_m$. Estructuras periódicas con simetría

rectangular que puede ser descrita por

$f(x, y) \cong \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \sum_{m=-\infty}^{+\infty} A_{nm} \delta(x - na) \delta(y - mb)$ donde a y b son los vectores de

la estructura satisfacen la condición anterior. De manera similar objetos

rotacionalmente simétricos de la forma $f(r) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} A_n J_0(r)$, con $J_0(r)$

función de Bessel de orden cero, pueden formar autoimagen, pues satisfacen la ecuación general.

El interferómetro Talbot consiste en un sistema iluminado por una fuente de luz monocromática de alta coherencia que incide inicialmente sobre el objeto de estudio (objeto de fase) ubicado justo delante de la primera rejilla de difracción la cual se encarga de desviar los rayos difractados hasta el plano correspondiente a su autoimagen, el cual a su vez es el plano de observación [1] (ver figura 1.). Allí la imagen difractada se superpone con una rejilla de iguales características formando un patrón de franjas de moirè que tienen información de la variación de la distribución de fase del objeto de estudio.

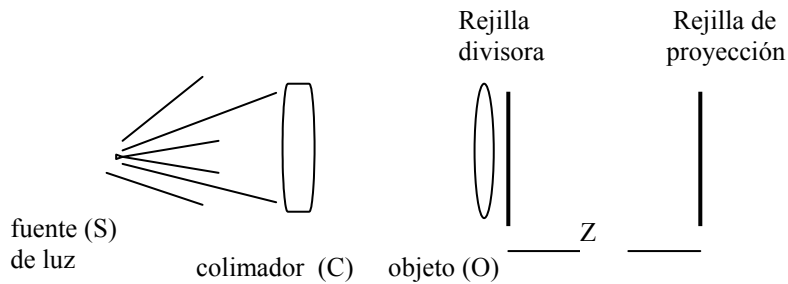


Figura 1. Esquema de un interferómetro de Talbot iluminado por una onda plana coherente.

Rejillas lineales, circulares y espirales arquimedianas son estructuras difractivas que hacen parte del conjunto de objetos que producen autoimagen. Las rejillas lineales generan franjas de interferencia en forma de un conjunto de gruesas líneas que se distribuyen paralelas a las líneas de la rejilla. Las rejillas espirales arquimedianas pueden generar franjas de referencia radiales cuando son colocadas en el interferómetro con sus ramas envolviéndose en sentido contrario; y formarán franjas circulares si sus ramas se envuelven en sentidos iguales. Es justamente con este tipo de transmitancias que se propone generar un interferómetro que combine en un solo elemento rejillas lineales y rejillas espirales arquimedianas con el cual se puedan obtener información de tres tipos de desdoblamientos del frente de onda de estudio en un solo dispositivo.

2. Análisis y resultados de las simulaciones

El objetivo de este trabajo es simular un interferómetro de Talbot en el cual se diseñen transmitancias con la intención de combinar diferentes tipos de desdoblamientos del frente de onda en un mismo dispositivo. En particular, el interferómetro se utiliza como un instrumento para generar patrones laterales, radiales y azimutales sensibles a la distribución de fase del objeto a chequear con un solo tipo de transmitancia. Se presentan dos casos: el primero compuesto de la superposición de dos patrones laterales perpendiculares entre sí correspondientes a una transmitancia formada por dos conjuntos de líneas cruzadas, también perpendiculares, y un segundo patrón que combina en una misma transmitancia estructuras binarias lineales y espirales arquimedianas cuyos patrones de interferencia tienen información sobre variaciones en la función de fase del objeto en la dirección lateral, radial y acimutal.

3. Rejillas binarias cruzadas (combinación de desplazamiento lateral en dirección vertical y horizontal)

Ahora se quiere el ilustrar el caso de una transmitancia formada por superposición de dos rejillas diferentes. Se diseñó una red binaria cuyos patrones horizontales y verticales poseen períodos también diferentes como se muestra en la figura 2.

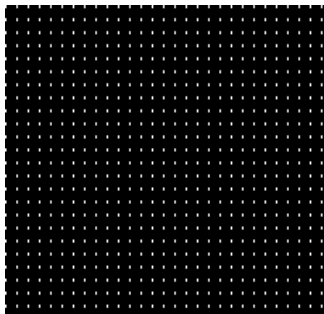


Figura 2. Estructura correspondiente a rejillas binarias cruzadas con diferente período. La relación parte opaca a transparente es de 6:1 en las verticales ($d=7 \mu m$) y de 7:1 en las horizontales ($d= 8 \mu m$)

Los períodos fueron seleccionados de manera que para cada conjunto de líneas (verticales y horizontales) se pueda observar la primera autoimagen independientemente en planos diferentes y la autoimagen de ambos conjuntos de rejillas en un mismo plano. Para esta última parte los períodos se calcularon en una relación tal que el tercer plano autoimagen de las líneas horizontales coincidieran con el cuarto plano autoimagen del conjunto de líneas verticales. Por limitaciones de cálculo numérico del programa *Ligth Sword* (donde se hicieron las simulaciones) las distancias de propagación al plano de autoimagen no siempre coinciden con lo estimado analíticamente, pues los períodos de la red sólo pueden tener el valor de un múltiplo entero del tamaño del píxel en la ventana, por lo tanto los planos de observación son aproximaciones. Además todas las imágenes correspondientes a los planos autoimagen fueron retocadas con el programa para procesamiento de imágenes *photostyler* con el fin de realzar las franjas deseadas y suprimir el ruido, lo que se logra en algunos casos sólo parcialmente debido al tamaño finito del píxel. Es de esperar que aumentando la precisión de simulación, es decir, el número de píxeles en la ventana, se obtengan mejores resultados, lo que requiere un esfuerzo de computo más grande.

La rejilla de líneas verticales fue elaborada con un período de $d_1 = 7 \mu m$ y la relación de parte opaca a transparente fue de 6:1. La distancia

correspondiente a la mitad de la primera autoimagen $z_1 = \frac{d_1^2}{\lambda} = 0.98$

μm . La figura 3(a) muestra claramente un patrón de franjas correspondiente a esta estructura.

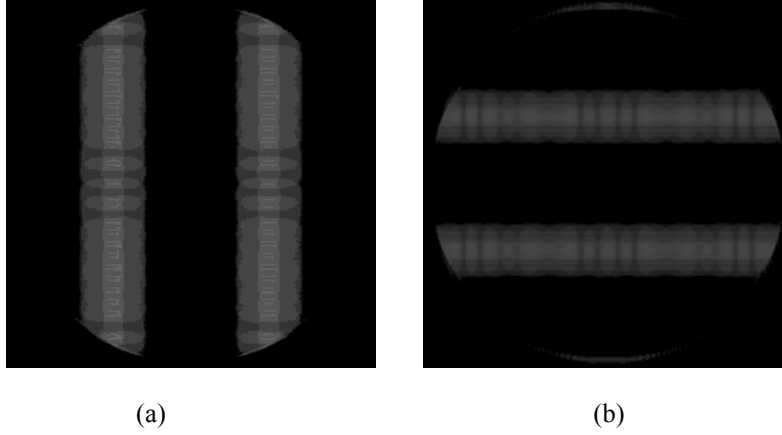


Figura 3. (a) Patrón de franjas correspondiente a la estructura de líneas verticales (período $d = 7 \mu m$, $\lambda = 0.0005 mm$, $f = 12 mm$, $z = 0.098 mm$). (b) Interferograma correspondiente a la estructura de líneas horizontales (período $d = 8 \mu m$, $\lambda = 0.0005 mm$, $f = 12 mm$, $z = 0.128 mm$)

La estructura de líneas horizontales se creó con un período de $d_2 = 8 \mu m$ y una razón parte opaca-transparente de 7:1. La correspondiente distancia de propagación $z_2 = \frac{d_2^2}{\lambda} = 0.128 \mu m$. En la figura 3(b) se presentan los resultados del patrón de franjas resultante.

Luego de mirar el comportamiento independiente de formación de patrones de las rejillas combinadas se generó el moirè en un plano común para ambas rejillas. En este plano coinciden la cuarta autoimagen de la estructura vertical con la tercera autoimagen de la estructura horizontal. Este plano se calculó con $z_3 = \frac{[4z_1 + 3z_2]}{2} = 388 \mu m$, para $4z_1 = 392 \mu m$ y

$3z_2 = 384 \mu m$, y el resultado se representa en la figura 4(a).

Para efecto de mejor visualización de las franjas se debió retocar la imagen original, la cual está formada de pequeños puntos similares a los de la estructura generadora. Para ilustrar esta estructura fina se hizo la ampliación de una parte en la que se nota claramente, además, de los pequeños puntos que forman la autoimagen, que la separación entre franjas horizontales y verticales son diferentes, pues son generadas por rejillas de período diferente. Lo anterior se presenta en la figura 4(b).

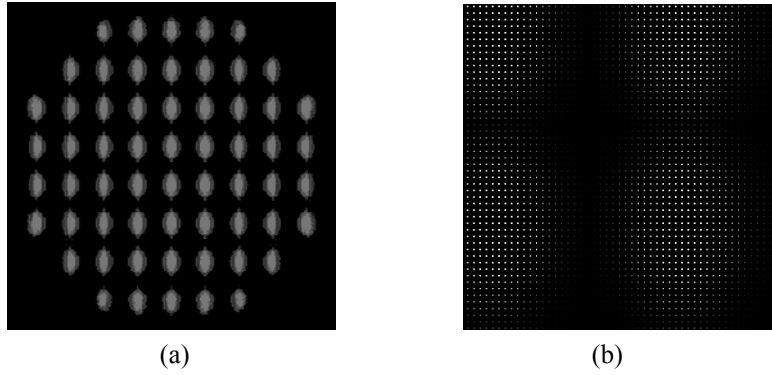


Figura 4. Interferograma de la red cruzada en el plano $z_3 = \frac{[4z_1 + 3z_2]}{2} = 388\mu m$. (a) Imagen retocada para mejor apreciación del patrón de franjas completo. (b) Detalle de la patrón de rejilla cruzada con periodos diferentes.

4. Rejillas espirales arquimedianas

Franjas similares a las obtenidas con rejillas circulares pueden lograrse con estructuras formadas por espirales arquimedianas cuando el par de estas rejillas son montadas en un Talbot con sus líneas corriendo en el mismo sentido y usando una lente positiva como objeto de fase, o, lo que es equivalente, bajo iluminación con un frente de onda esférico. Recordemos que estas rejillas también poseen un círculo central (de radio r_0) con el objeto de evitar efectos difractivos adicionales generados por el centro de la espiral.

Un par de estructuras en forma de espiral arquimediana (las cuales satisfacen la condición de Montgomery [5]) montadas en un interferómetro Talbot generan un sistema que produce patrones de franjas radiales y circulares dependiendo de sí, en el montaje, las líneas de estas estructuras, colocadas una frente a otra, tienen sus líneas envolviéndose en el mismo sentido o en sentido contrario. El número de franjas de referencia (franjas del campo vacío, es decir, sin objeto) radiales es igual a dos veces el número de ramas de la espiral registradas sobre la placa. Esto permite crear un dispositivo sensible al estudio de objetos cuya distribución de fase presente variaciones en la dirección radial y/o en dirección acimutal. Aunque, el desplazamiento de los órdenes de difracción en las direcciones radial y acimutal generado por estas

estructuras no es constante. Una de las condiciones para lograr un desdoblamiento constante en la dirección acimutal, establece que, la longitud de arco del este desplazamiento debe ser igual para todos los puntos de la primera rejilla. El cálculo de esta expresión [3] muestra que ese arco de círculo no es constante y depende fundamentalmente de dos parámetros: primero, es directamente proporcional al valor del radio de círculo central y segundo es inversamente proporcional a la longitud del vector posición del punto desplazado en el plano de la segunda rejilla llamémoslo r_2 . Así que el desplazamiento acimutal depende de la relación r_0/r_2 . Esto implica que si se requiere un desplazamiento suficientemente grande en la dirección acimutal, debe escogerse una razón r_0/r_2 adecuadamente grande. Para el caso en el cual el desplazamiento radial sea más importante ésta razón deberá ser minimizada.

La variación de la función de fase del objeto en dirección radial se manifiesta en forma de una distorsión del conjunto de franjas radiales y el valor de este corrimiento se puede ajustar cambiando la distancia entre las rejillas (diferente plano autoimagen)

Por otro lado, se obtiene un conjunto de franjas circulares cuando las rejillas espirales arquimedianas están colocadas a una distancia autoimagen con sus líneas corriendo en el mismo sentido y son iluminadas por un frente de onda esférico. El valor del corrimiento puede ser ajustado cambiando la distancia entre las rejillas y el número de franjas de referencia se puede cambiar trasladando una de las rejillas a lo largo del eje óptico o cambiando la curvatura del frente de onda.

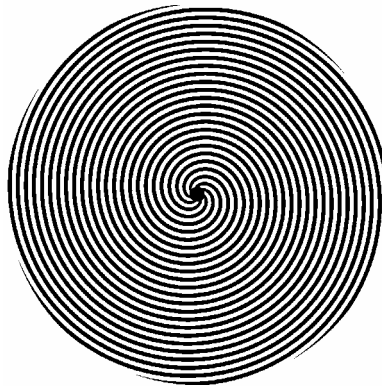


Figura 5. Espiral arquimediana.

Esta clase de transmitancia es también adecuada para presentar un patrón de franjas radiales cuando son colocadas en el interferómetro con sus líneas corriendo en sentidos opuestos. En este caso no necesitamos del objeto de fase para ver el patrón de moirè de las franjas radiales, es decir puede verse directamente de la superposición de las espirales. La figura 6(a) muestra el resultado que acabo de mencionar. Este patrón de franjas radiales ha sido retocado un poco con el fin de hacerlo más evidente. El número de franjas que aparecen en el patrón de interferencia es dos veces el número de ramas de la espiral. Para este caso particular la espiral tiene 5 ramas por lo que su correspondiente patrón es de 10 franjas

Cuando se incluye una lente como objeto de fase en el interferómetro de Talbot, donde las rejillas son un par de espirales arquimedianas con sus líneas corriendo en sentido contrario, el resultado es el patrón de franjas que se muestra en la figura 6(b). La imagen ilustra el efecto sobre las franjas radiales, lo que muestra la sensibilidad del interferómetro a objetos cuya distribución de fase varíe en esa dirección.

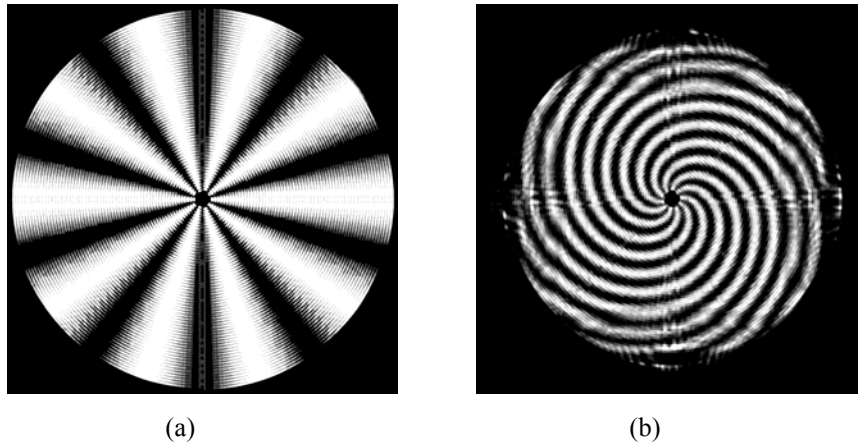


Figura 6. (a) Patrón de franjas radiales producidas por la superposición de dos espirales arquimedianas con sus líneas corriendo en sentidos opuestos, el número de franjas de referencia es de 10, lo que indica que la espiral contiene 5 ramas. (b) Interferograma de un Talbot con rejillas espirales arquimedianas de 5 ramas con sus líneas corriendo en sentido contrario y utilizando como objeto de fase una lente de $f = 1.5$ mm

5. Interferogramas con desdoblamiento combinado

Hasta ahora hemos presentado procesos particulares para mostrar paso por paso el desarrollo de las simulaciones con diferentes tipos de elementos difractivos. Uno de los objetivos era generar el patrón de franjas correspondiente a una rejilla combinada por dos sistemas de líneas perpendiculares con períodos diferentes en planos autoimagen asociados a cada una de las rejillas y en un plano autoimagen común a ambas. Lo que sigue, ilustra el otro objetivo de este trabajo para el cual se diseñaron transmitancias combinadas entre rejillas lineales y espirales arquimedianas.

Los elementos en el interferómetro tienen la siguiente disposición:

Una fuente de luz monocromática espacialmente coherente ilumina una lente de longitud focal $f = 1.5 \text{ mm}$ e inmediatamente enseguida se encuentra una estructura difractiva que es el producto de una rejilla binaria lineal de período $d_1 = 6,0 \text{ }\mu\text{m}$ con una espiral arquimadiana de 5 ramas cuyo período $d_2 = 8,0 \text{ }\mu\text{m}$. La segunda estructura será igual a la primera, sólo que ahora la espiral estará dispuesta con sus líneas envolviéndose en un sentido o en otro dependiendo de las franjas de referencia que se pretenda obtener. El objetivo de dar diferentes períodos a las rejillas lineales y espirales es poder obtener claramente los patrones de interferencia en planos autoimagen también diferentes.

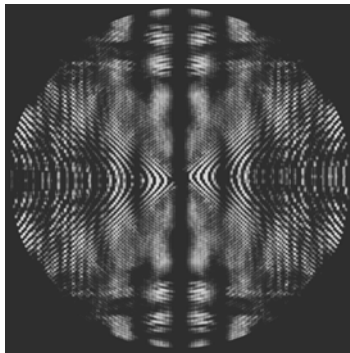


Figura 7. Franjas de referencia obtenidas de estructuras combinadas en un interferómetro Talbot propagadas a la mitad del plano autoimagen de las redes lineales ($z = d^2/\lambda = 0.072 \text{ mm}$). La ventana de simulación es de 1024 x 1024 píxeles.

En esta primera imagen mostrada en la figura 7, se observa el patrón de franjas de moiré asociado a la propagación del campo hasta la mitad de la distancia autoimagen correspondiente a las redes lineales, es decir, $z = d^2/\lambda = 0.072 \text{ mm}$. En esta imagen se hace muy evidente el efecto de borde generado por el tamaño finito de la ventana (1024 x 1024) y el efecto moiré en la región donde las franjas de una y otra rejilla son casi paralelas.

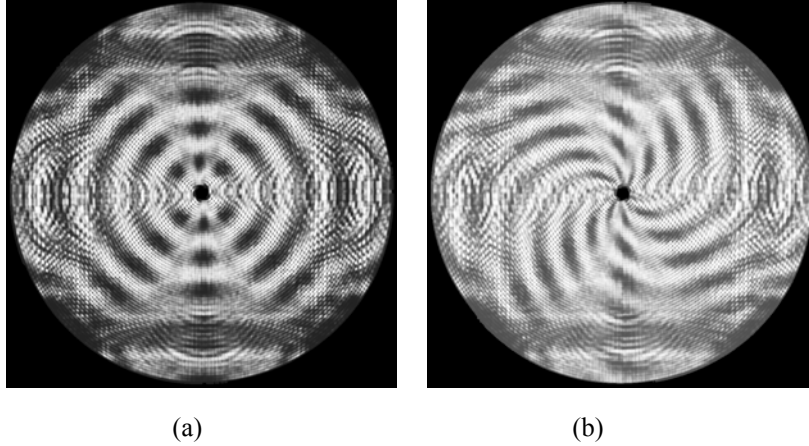


Figura 8.(a) Franjas de referencia obtenidas de estructuras combinadas en un interferómetro Talbot propagadas a la mitad del plano autoimagen de las redes espirales con sus líneas en sentidos iguales ($z = d^2/\lambda = 0.128 \text{ mm}$). Interferograma con sus líneas corriendo en sentido contrario. En ambos casos se usó la misma lente, $f = 1.5 \text{ mm}$. La ventana de simulación es de 1024 x 1024 píxeles.

Considerando ahora un montaje en el cual, en la segunda estructura, la espiral tiene sus líneas corriendo en igual sentido que en la primera y propagando a la mitad de la distancia autoimagen de la espiral $z = d^2/\lambda = 0.128 \text{ mm}$ se hace evidente el patrón correspondiente a franjas con simetría acimutal (radial) similares a las presentadas inicialmente para las dos envolventes dispuestas con sus líneas corriendo en el mismo sentido, y, en el caso de las franjas de referencia generadas por rejillas circulares. Por último, un patrón de franjas que dan cuenta de la variación de la distribución de fase de una lente positiva para el caso en que la segunda estructura contiene la espiral con sus líneas corriendo en sentido contrario

a las de la primera rejilla. La propagación se hace a la mitad del plano autoimagen de las espirales, $z = d^2/\lambda = 0.128 \text{ mm}$. Ver figura 10(b)

6. Conclusiones

Se comprueba con una rejilla binaria cruzada de períodos diferentes, la posibilidad de obtener patrones de interferencia correspondientes a la propagación a planos autoimagen de cada una de las rejillas y a un plano de autoimagen común a ambas rejillas.

Se requiere, además la necesidad de hacer las simulaciones en tamaños de ventanas en las que se utilice la mayor cantidad de píxeles para evitar la generación de franjas parásitas que distorsionan la imagen que se desea obtener. Se pone en evidencia otro factor que contribuye a la degradación de las imágenes y que es más difícil de eliminar. Se trata de patrones de moirè adicionales producto de la interferencia entre franjas de rejillas diferentes que quedan casi paralelas unas de otras debido al tamaño finito del píxel.

Finalmente, en la simulación del interferómetro sensible a desdoblamiento combinado se logró imágenes que coinciden con lo propuesto inicialmente como presentan en las figuras 9 y 10 (a), 10 (b). Creando una transmitancia combinada de rejilla lineal y espiral arquimediana se obtiene un elemento sensible a variaciones de un objeto de fase en las direcciones lateral, radial y acimutal simultáneamente.

Lo más interesante de todo esto, es dejar abierta la posibilidad de realizar en el laboratorio el diseño del montaje, que permita verificar los resultados de la simulación y por supuesto realizar algunas medidas que permitan hacer de este interferómetro una herramienta útil en el desarrollo de la óptica.

7. Agradecimientos

Agradezco al profesor Zbigniew Jaroszewicz por la asistencia y entrega profesional en la realización de este trabajo.

8. Referencias

1. Patorski, K., 1989, "The self-imaging phenomenon and its applications", in *Progress in Optics*, vol. 27, E. Wolf ed. (North Holland, Amsterdam), 3-108.
2. Malacara, D., "Optical Shop Testing" (Wiley, New York 1992).
3. Szwaykowski, Piotr. "Self-imaging in polar coordinates," J. Opt. Soc. Am. Vol. 5, No. 2, February 1988.
4. Bryngdahl, Olof and Lee, Wai-Hon., "Shearing interferometry in polar coordinates", J. Opt. Soc. Am. Vol. 64, No. 12, December 1974.
5. Montgomery, W. Duane., "Self-imaging objects of infinite aperture", J. Opt. Soc. Am. Vol. 57, No. 6, June 1967.
6. Silva, Donald E., "Talbot interferometer for radial and lateral derivatives", Appl. Opt. Vol. 11, No. 11, November 1972.
7. Quing – Shin RU, Naguaki Ohya and Toshio Honda, "Constant Radial Shearing Interferometry with Two Spiral Phase Gratings". Optics Communications, Vol. 70, No. 6, April 1989.
8. Szwaykowski, Piotr and Patorski Krzysztof, "Moire Fringes by Evolute Gratings", Applied Optics, Vol. 28, No. 21, November 1989.
9. Fouere, Jean Claude and Roychoudhuri, Chandrasekhar, Selected Papers on Zone Plates, Editors: Jorge Ojeda-Castañeda, University of las Americas, Puebla, México, and Carlos Gómez-Reino, University of Santiago de Compostela, Galicia, Spain. 468 pages/74 papers, Introduction, Bibliography, Subject Index, Author Index. Published 1996, Hardbound, ISBN 0-8194-2302-5.