

**PROPIEDADES DE UN DOBLE REGISTRO DE SPECKLES
MODULADOS GENERADOS MEDIANTE PUPILAS
COMPLEJAS DIFERENTES**

Luciano Ángel Toro

*Departamento de Ciencias Básicas, Universidad EAFIT
A.A. 3300, Medellín - Colombia.
e-mail: langel@sigma.eafit.edu.co*

Myrian Tebaldi, Marcelo Trivi, Néstor Bolognini

*Centro de Investigaciones Ópticas, CIOp (CONICET, CIC) y OPTIMO
(Dpto. de Fisicomatemática, Facultad de Ingeniería, UNLP)
Casilla de Correo 124, 1900 La Plata, Argentina*

Resumen

En este trabajo se describen las propiedades de un registro de dos patrones de speckles obtenidos mediante un sistema de doble apertura, asumiendo que entre las exposiciones se coloca una cuña de vidrio enfrente de una de las aperturas y adicionalmente se produce un desplazamiento uniforme en el plano del difusor. Se evalúan la distribución de intensidad promedio en el plano de Fourier y la visibilidad de las franjas interferométricas. Sobre esta base se plantea la posibilidad de desarrollar una técnica interferométrica alternativa para la detección de objetos de fase.

Abstract

In this paper we describe the properties of a recording of two speckle patterns obtained through a double aperture system, by assuming that a glass wedge is located in front of one of the apertures and also that a uniform displacement in the diffuser plane is produced between the expositions. The average intensity distribution and the interferometric fringes visibility in the Fourier plane are evaluated. On this basis the possibility of implementing an alternative interferometric technique for phase objects detection is suggested.

1 Introducción

A partir de los años 70 han sido desarrolladas numerosas técnicas para el procesamiento de información y la metrología óptica en donde la señal que va a ser procesada es modulada mediante un difusor [1]. Algunos métodos se basan en el registro sucesivo de dos o más imágenes desplazadas entre sí, en tanto otros métodos están basados en la modulación interna de los granos de speckle. Ello se logra colocando una máscara opaca con varias aperturas inmediatamente antes o después de la lente formadora de imagen.

La modulación de los speckles permite concentrar las componentes espectrales de la imagen en diversas zonas del plano de frecuencias, con lo cual pueden realizarse con relativa facilidad las operaciones de filtrado espacial y el procesamiento de información.

Consecuentemente, el uso de sistemas ópticos de doble apertura ha sido ampliamente explotado para el desarrollo de muchas aplicaciones, adaptadas para la solución de problemas muy diversos [2-6]. Naturalmente también se han empleado sistemas con pupilas de múltiples aperturas [7-10], en cuyo caso la modulación del speckle es mucho más compleja [11]. En particular, se han propuesto algunos interferómetros de corrimiento [12-14] basados en la utilización de una pupila con placas compensadoras y prismas colocados inmediatamente después de las aperturas. En estos esquemas experimentales la pupila del sistema óptico no se modifica de una exposición a otra, pero se introduce una perturbación de la fase del haz de registro en el plano de la pupila.

Desde una perspectiva diferente, en la referencia [3] se propone un método para substraer imágenes empleando un sistema de doble apertura, basado en el uso de una placa de caras planas paralelas para controlar la fase de la onda que pasa a través de una de las aperturas. Para el efecto se inclina ligeramente la placa antes de realizar el segundo registro, con lo cual se produce una modificación de la pupila entre las exposiciones.

Recientemente se han investigado las propiedades de correlación existentes entre dos patrones de speckle obtenidos con un sistema óptico que utiliza una pupila distinta para formar cada patrón, asumiendo que las pupilas son en general complejas y constan de múltiples aperturas [11]. Adicionalmente se han examinado las características de un registro múltiple de patrones de speckle formados con pupilas de múltiples

aperturas distintas y se han desarrollado algunas aplicaciones basadas en la realización de este tipo de registros [9,10].

En este trabajo se resumen las propiedades fundamentales de un doble registro de patrones de speckle formados por un sistema de dos aperturas, suponiendo que entre las exposiciones se altera la pupila del sistema mediante la colocación de un objeto de fase enfrente de una de las aperturas. Para ello se utilizan objetos que atenúan uniformemente el haz y cuya fase varía linealmente a lo largo de una dirección determinada. El cambio de pupila entre las exposiciones va acompañado de un desplazamiento uniforme (en el plano) del difusor.

2 Análisis general

Se realizan dos registros sucesivos utilizando el arreglo experimental de la Figura 1 a). El difusor R se ilumina mediante un haz láser expandido y colimado (con longitud de onda λ_w) y mediante la lente L_1 se forma una imagen del difusor en el plano X-Y. Z_0 y Z_C son las distancias objeto e imagen correspondientes. Inmediatamente después de esta lente se sitúa una máscara opaca con dos aperturas idénticas. Esta máscara permanece en una posición fija, pero antes de realizar el segundo registro se introduce un desplazamiento uniforme en el plano del difusor y se coloca una cuña de vidrio C enfrente de una de las aperturas, produciéndose de este modo una atenuación y un cambio de fase lineal en la onda que emerge de esa apertura.

Las pupilas empleadas en la primera y la segunda exposición son de la forma:

$$P^1(u, v) = a(u - u_1, v - v_1) + a(u - u_2, v - v_2) \quad (1)$$

$$P^2(u, v) = a(u - u_1, v - v_1) + t \exp[i(\gamma + \tau u)] a(u - u_2, v - v_2) \quad (2)$$

en donde t y $\gamma + \tau u$ representan, respectivamente, la transmisividad de la cuña y la diferencia de fase que ésta introduce. Allí t , γ y τ son constantes reales y $0 \leq t \leq 1$.

Sin pérdida de generalidad elegimos el eje u perpendicular a la arista del diedro de la cuña. Por otra parte, las funciones

$$a_j(u, v) = a(u - u_j, v - v_j) = \begin{cases} 1 & \text{dentro de la } j\text{-ésima apertura} \\ 0 & \text{fuera de ella} \end{cases} \quad j = 1, 2 \quad (3)$$

representan los lugares geométricos de las aperturas, cuya posición está

determinada por los vectores (u_1, v_1) y (u_2, v_2) , respectivamente. Por simplicidad asumiremos en nuestros cálculos que la función $a(u, v)$ describe la forma genérica de una apertura cuadrada de lado D .

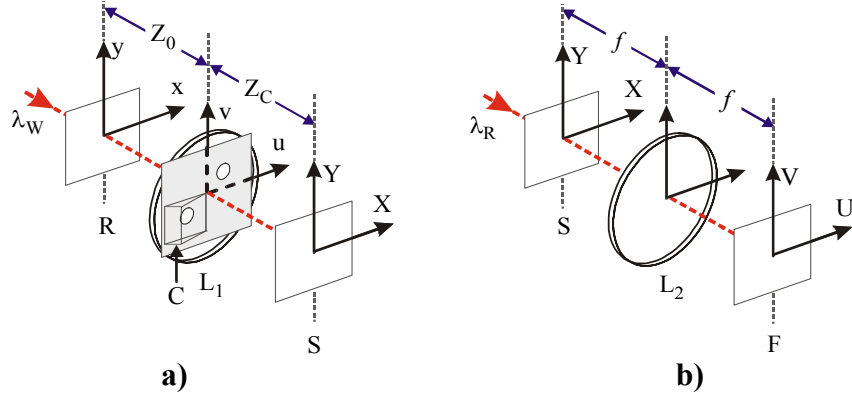


Figura 1: Arreglos experimentales para el a) registro y b) análisis del specklegrama.

El proceso de análisis del specklegrama se lleva a cabo utilizando el arreglo experimental de la Figura 1 b), iluminando el specklegrama S con un haz láser expandido y colimado de longitud de onda λ_R . La lente L_2 realiza la transformada óptica de Fourier en el plano focal U-V. La distancia focal de L_2 es f .

Para calcular la intensidad promedio en el plano de observación partimos de los resultados reportados por L. Ángel en [10] y [11], en donde se evalúa dicha intensidad para las condiciones de registro y análisis antes mencionadas y en un esquema de múltiples exposiciones con pupilas complejas arbitrarias. Sobre esta base, para el caso que estamos analizando la intensidad promedio en el plano U-V es:

$$\langle I(U, V) \rangle = \langle I^0(U, V) \rangle + \langle I^{+1}(U, V) \rangle + \langle I^{-1}(U, V) \rangle \quad (4)$$

en donde

$$\begin{aligned} \langle I^0(U, V) \rangle = & C D^2 \text{trian}\left(\frac{9U}{D}\right) \text{trian}\left(\frac{9V}{D}\right) \left\{ 3 + t^4 + 2 \left[1 + t^4 + 2 t^2 \cos(9\tau U) \right]^{1/2} \right. \\ & \left. \times \cos \left[\frac{2\pi}{\lambda_R f} (U \Delta X^{12} + V \Delta Y^{12}) - \Phi(U) \right] \right\} \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
\langle I^{\pm 1}(U, V) \rangle = & C D^2 \operatorname{trian}\left(\frac{\vartheta U \mp u_{12}}{D}\right) \operatorname{trian}\left(\frac{\vartheta V \mp v_{12}}{D}\right) \\
& \times \left\{ 1 + t^2 + 2t \operatorname{senc}\left[\frac{\tau D}{2\pi} \left(1 - \frac{\vartheta U \mp u_{12}}{D} \operatorname{sign}(\vartheta U \mp u_{12})\right)\right] \right\} \\
& \times \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda_R f} \left(U \left(\Delta X^{12} - \frac{\lambda_W Z_C}{4\pi} \tau^{12} \right) + V \Delta Y^{12} \right) \mp \gamma \mp \frac{u_1 + u_2}{2} \tau \right] \Bigg\}
\end{aligned} \quad (6)$$

En estas ecuaciones $\langle I^0(U, V) \rangle$, $\langle I^{+1}(U, V) \rangle$ e $\langle I^{-1}(U, V) \rangle$ son las distribuciones de intensidad promedio del orden cero y de los órdenes de difracción laterales (+1) y (-1), respectivamente. C es una constante definida en términos de la función de transmisión de intensidad macroscópica del difusor, de la intensidad y la longitud de onda de los haces de registro y lectura, de la distancia imagen Z_C , del área finita del specklegrama, del medio de registro, el tiempo de exposición, etc. $\vartheta = \lambda_W Z_C / \lambda_R f$, $(u_{12}, v_{12}) = (u_2 - u_1, v_2 - v_1)$ es la posición relativa de las aperturas, $(\Delta X^{12}, \Delta Y^{12})$ es el desplazamiento relativo entre las imágenes. Se entiende que $\operatorname{senc}(\alpha) = \sin(\pi\alpha)/\pi\alpha$, $\operatorname{trian}(\alpha) = 1 - |\alpha|$, $\operatorname{sign}(\xi) = \xi/|\xi|$ si $\xi \neq 0$ y vale cero en caso contrario. Adicionalmente se introduce en la Ecuación (5) el término de fase:

$$\Phi(U) = \tan^{-1} \left[\frac{t^2 \operatorname{senc}(\vartheta \tau U)}{1 + t^2 \cos(\vartheta \tau U)} \right] \quad (7)$$

De las ecuaciones (4), (5) y (6) se deducen las expresiones para la visibilidad de las franjas interferométricas del orden cero y los órdenes laterales, a saber:

$$\mathbf{V}^0(U) = \frac{2}{3 + t^4} \left[1 + t^4 + 2t^2 \cos(\vartheta \tau U) \right]^{1/2} \quad (8)$$

$$\mathbf{V}^{\pm 1}(U) = \frac{2t}{1 + t^2} \left| \operatorname{senc} \left\{ \frac{D\tau}{2\pi} \left[1 - \frac{\vartheta U \mp u_{12}}{D} \operatorname{sign}(\vartheta U \mp u_{12}) \right] \right\} \right| \quad (9)$$

Note que tanto para el orden cero cuanto para los órdenes laterales la visibilidad varía exclusivamente a lo largo del eje U , cuya dirección es perpendicular a la arista del diedro de la cuña.

3 Discusión de resultados

El caso particular más sencillo al cual se aplican las ecuaciones anteriores consiste en colocar enfrente de una de las aperturas una placa plana de caras paralelas durante uno de los registros. Formalmente ello implica asumir que el diedro de la cuña es nulo, es decir que $\tau = 0$. Si el sistema de franjas obtenido mediante la utilización de la placa se compara con el sistema de franjas correspondiente a un specklegrama convencional generado por un sistema de doble apertura, se observa un corrimiento global de las franjas de interferencia. Este corrimiento se realiza en sentidos opuestos en los órdenes laterales, sin afectar al orden cero. La visibilidad de las franjas en cualquiera de los órdenes depende exclusivamente de la transmisividad de la placa. Por otra parte, dado que la visibilidad varía lentamente con la transmisividad cuando ésta se aproxima a la unidad, en la práctica pueden lograrse visibilidades relativamente altas cuando la transmisividad es considerablemente baja.

Si el diedro de la cuña es distinto de cero, entonces las franjas del orden cero experimentan dos modificaciones importantes. De un lado se presenta una modulación de la amplitud de las franjas, asociada con el término $\cos(\vartheta\tau U)$. En el centro del orden la visibilidad de las franjas es máxima y su valor depende sólo de la transmisividad de la cuña. Ahora bien, si el valor de τ excede cierto límite, se presentan mínimos locales de la visibilidad a lo largo de las líneas definidas por $\vartheta\tau U = \pm\pi, \pm 3\pi, \dots$. El otro efecto observado en el orden central es un corrimiento de fase local determinado por la función $\Phi(U)$. Si la arista del diedro de la cuña y la dirección del desplazamiento entre las imágenes son perpendiculares, dicho corrimiento da lugar a un cambio local de la frecuencia espacial de las franjas interferométricas. Por otra parte, cuando la arista del diedro de la cuña y el desplazamiento relativo de las imágenes son paralelos, la dirección de las franjas se altera, dando lugar a su aspecto alabeado.

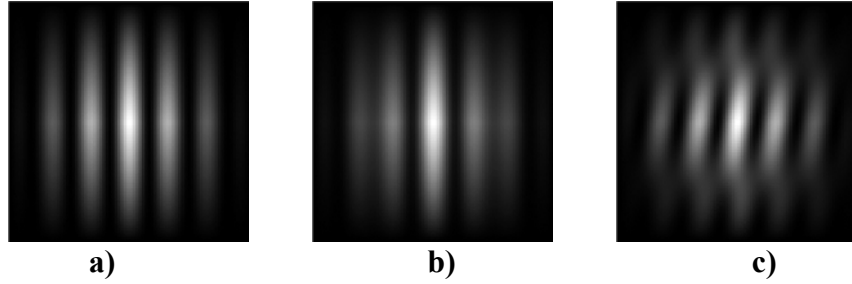


Figura 2: Distribuciones de intensidad promedio del orden cero en un specklegrama obtenido a) sin utilizar la cuña y con una cuña cuyo diedro es b) perpendicular y c) paralelo al desplazamiento del difusor.

En la Figura 2 se ilustran algunos de los efectos observados en el orden cero, simulados con base en la Ecuación (5). En la Figura 2 a) se muestra la distribución de intensidad promedio del orden cero para un specklegrama ordinario ($\tau = 0$). En las Figuras 2 b) y 2 c) se presentan los resultados obtenidos mediante la utilización de una cuña ($\tau \neq 0$), con la arista de su diedro perpendicular al desplazamiento del difusor en 2 b) y paralela a dicho desplazamiento en 2 c). Para la simulación se emplearon los siguientes parámetros: $t = 0.8$, $\tau = 1653\text{m}^{-1}$, $\lambda_R = 633\text{nm}$, $\lambda_W = 514\text{nm}$, $D = 3.8\text{mm}$, $Z_C = 485\text{mm}$, $f = 100\text{mm}$. La magnitud del desplazamiento en el plano imagen fue $200\mu\text{m}$.

En los órdenes laterales se evidencian tres fenómenos. En primer lugar, un corrimiento de fase global de las franjas de interferencia, que ocasiona que éstas se acerquen o se alejen simultáneamente del orden cero. dicho corrimiento está determinado por el valor de $\mp \gamma \mp \tau (u_2 + u_1)/2$. El segundo fenómeno es una modulación de la amplitud de las franjas, en detrimento de su visibilidad. Este efecto se relaciona con el término $2t \text{senc}[(\tau D/2\pi)(1 - ((9U \mp u_{12})/D) \text{sign}(9U \mp u_{12}))]$. A medida que τ aumenta gradualmente se produce una disminución de la visibilidad hacia el centro de los órdenes difractados. Si la magnitud de τ es aún mayor, la visibilidad llega a anularse sobre una o varias líneas paralelas a la arista del diedro de la cuña. Finalmente, se observa en las franjas un cambio de frecuencia espacial relacionado con la presencia del término $-\lambda_W Z_C \tau U / 2\lambda_R f$ en el argumento del coseno, en la Ecuación (7). Si el desplazamiento del difusor es perpendicular a la arista del diedro de la cuña, la dirección de las franjas no varía pero su período aumenta o disminuye dependiendo del signo de τ . Si el desplazamiento y la arista

del diedro son paralelos se produce una rotación de las franjas y su frecuencia aumenta.

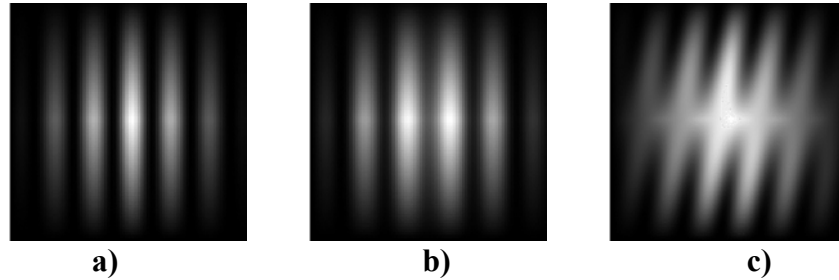


Figura 3: Distribuciones de intensidad promedio del orden lateral (-1) para un specklegrama obtenido a) sin utilizar la cuña ($\tau = 0$) y con una cuña cuyo diedro es en b) perpendicular y en c) paralelo al desplazamiento del difusor.

En la Figura 3 se ilustran los cambios experimentados por las franjas en un orden lateral. La Figura 3 a) muestra la distribución de intensidad promedio asociada con un specklegrama ordinario, en tanto en las Figuras 3 b) y 3 c) se representan los resultados obtenidos mediante la utilización de una cuña durante el segundo registro. En la Figura 3 b) $\tau = 992\text{m}^{-1}$ y la arista del diedro de la cuña es perpendicular a la dirección del desplazamiento del difusor. En la Figura 3 c) $\tau = 1653\text{m}^{-1}$ y las direcciones de la arista del diedro y el desplazamiento son paralelos. Se asumió una separación de 10mm entre las aperturas y los valores de los restantes parámetros son idénticos a los que mencionamos antes (refiriéndonos a la figura 2). Note el cambio de frecuencia espacial en 3 b) y la inclinación de las franjas en 3 c). Adicionalmente observe que en 3 c) la visibilidad se anula sobre la horizontal que pasa por el centro del orden difractado.

4 Conclusiones

En este trabajo hemos analizado el espectro de frecuencias de un doble registro de patrones de speckle formados por un sistema de dos aperturas, asumiendo que entre las exposiciones se coloca una cuña de vidrio frente a una de las aperturas y adicionalmente se produce un desplazamiento uniforme en el plano del difusor.

El cambio de fase introducido en una de las aperturas durante uno de los

registros se traduce en una modificación del sistema de franjas interferométricas observadas en el plano de Fourier. En este sentido y sobre la base de la evaluación de la intensidad promedio y de la visibilidad de las franjas interferométricas en el plano de Fourier, hemos puesto en evidencia los cambios observados en los distintos órdenes difractados cuando se utiliza una placa de caras planas paralelas o una cuña de vidrio para alterar la fase de la onda que cruza a través de una de las aperturas.

Puesto que los fenómenos descritos pueden ser medidos e interpretados en términos de los parámetros que definen los objetos de fase utilizados en cada experiencia, los resultados obtenidos se constituyen en la base para el desarrollo de una técnica alternativa, extremadamente sensible, para la detección de objetos de fase.

Agradecimientos: La realización de este trabajo ha sido patrocinada por CONICET, CICPBA, Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de La Plata (Argentina). L. Ángel también agradece a la Universidad EAFIT y COLCIENCIAS (Colombia).

5 Referencias

- 1 M. Françon, "Information processing using speckle patterns", en: *Laser speckle and related phenomena*, J. C. Dainty ed., Springer Verlag, Berlín (1975).
- 2 D. Duffy, "Moiré gauging of in-plane displacement using double aperture imaging", *Appl. Opt.* **11**, N° 8 (1972) 1778-1781.
- 3 H. Rabal, N. Bolognini, E. Sicre, M. Garavaglia, "Optical image subtraction through speckle modulated by Young fringes", *Opt. Comm.* **34**, N° 1 (1980) 7-10.
- 4 E. Sicre, N. Bolognini, H. Rabal, M. Garavaglia, "Color storage and image processing through Young's fringes modulated speckle", *Appl. Opt.* **19**, N° 19 (1980) 3262-3263.
- 5 E. Vanidhis, J. Spyridelis, "An image multiplexing method, through internal modulation of speckle patterns", *Optik* **61**, N° 2 (1982) 195-208.

- 6 M. Tebaldi, L. Angel, M. Lasprilla, N. Bolognini, "Image multiplexing by speckle in a BSO crystal", *Opt. Comm.* **155** (1998) 342-350.
- 7 F. Chiang, R. Khetan, "Strain analysis by one-beam laser speckle interferometry. 2: Multiaperture method", *Appl. Opt.* **18**, N° 13 (1979) 2175-2186.
- 8 P. Rastogi, "Techniques of displacement and deformation measurements in speckle metrology", en: *Speckle metrology*, R. Sirohi ed. Marcel Dekker, New York (1993).
- 9 M. Tebaldi, L. Angel, M. Trivi, N. Bolognini, "Optical operations based on speckle modulation by using a photorefractive crystal", *Opt. Comm.* **168** (1999) 55-64.
- 10 L. Angel, M. Tebaldi, N. Bolognini, M. Trivi, "Speckle photography with different pupils in a multiple-exposure scheme", *J. Opt. Soc. Am. A* **17**, N° 1 (2000) 107-119.
- 11 L. Angel, Tesis Doctoral, "Estudio de distribuciones de speckles modulados y aplicaciones", Universidad Nacional de La Plata, La Plata (2000), Cap. 3.
- 12 D. Sharma, R. Sirohi, M. Kothiyal, "Multiaperture speckle shearing arrangements for stress analysis", *Opt. Comm.* **49**, N° 5 (1984) 313-317.
- 13 D. Sharma, R. Sirohi, M. Kothiyal, "Simultaneous measurement of slope and curvature with a three-aperture speckle shearing interferometer", *Appl. Opt.* **23**, N° 10 (1984) 1542-1546.
- 14 R. Mohanty, C. Joenathan, R. Sirohi, "Speckle and speckle-shearing interferometers combined for the simultaneous determination of out-of-plane displacement and slope", *Appl. Opt.* **24**, N° 18 (1985) 3106-3109.