7

TESES SOBRE MATEMÁTICA APRESENTADAS A PARTIR DA ESCOLA MILITAR

Neste capítulo faremos uma breve análise só das teses apresentadas a partir da Escola Militar, em 1848, para obtenção do grau de doutor em Ciências Matemáticas, grau que posteriormente passara a denominar-se doutor em Ciências Matemáticas, Físicas e Naturais, doutor em Ciências Naturais, doutor em Ciências Físicas e Naturais.

Dentre as teses destacaremos, por seus aspectos de trabalhos originais, a que fora apresentada por Joaquim Gomes de Sousa, em 1848, intitulada D*issertação sobre o Modo de Indagar Novos Astros sem Auxílio das Observações Diretas*, e a que fora defendida na Escola Politécnica do Rio de Janeiro, por Theodoro Augusto Ramos, em 1918, intitulada *Sobre as Funções de Variáveis Reais.* Esta, julgamos a mais importante das duas por que, dentre outras coisas, introduzira no Brasil a Análise Matemática moderna.

Com exceção das duas teses acima referidas, as demais são trabalhos de caráter expositivo, compilações de temas conhecidos e contidos em livros didático; o que, de certa forma, refletira a seriedade que se atribuíra à concessão do grau de doutor em Ciências Matemáticas à época.

O tema de cada tese fora escolhido pelo candidato, de uma lista de assuntos apresentados pelo órgão competente da instituição à qual a tese fora apresentada. A partir da escolha do tema de sua tese, o candidato tinha um determinado prazo para defendê-la. Este prazo fora variável, mas nunca ultrapassara doze meses.

Devido a estrutura social no Brasil de então, julgamos oportuna a seguinte indagação. Qual o perfil social dos alunos da Academia Real Militar, da Escola Militar, da Escola Central e da Escola Politécnica? À época da Academia Real Militar, início do século XIX, seus alunos pertenciam à pequena burguesia urbana, a saber, filhos de pequenos comerciantes, filhos de modestos funcionários da Corte e filhos de alguns militares. As famílias abastadas e proprietárias de grandes fazendas e/ou de engenhos, enviavam seus filhos para uma Faculdade de Direito, instituição considerada de maior *status social*.

Nas fases de Escola Militar e Escola Central não houve mudanças significativas no perfil social de seus alunos. Para que possamos ter uma idéia do perfil social dos estudantes, na década de 1830 muitos alunos da Escola Militar chegaram a desistir do curso por problemas financeiros. Isto é, seus pais não podiam mantê-los estudando na cidade do Rio de Janeiro. Este fora um grande problema para as autoridades competentes. Para evitar a evasão escolar por problemas financeiros, os responsáveis pela escola instituíram, em 1839, um soldo para os alunos da Escola Militar (uma espécie de bolsa de estudos disfarçada em soldo). Posteriormente, também por problemas financeiros de alguns de seus alunos, a Escola de Minas, de Ouro Preto também instituira bolsas de estudos para alunos carentes. Neste caso, o Imperador D. Pedro II pagara de seu próprio bolso as importâncias. Detectamos portanto, em 1839, pela segunda vez no Brasil, a concessão de bolsas de estudos para alunos de um curso superior. Os Estatutos da Real Academia de Artilharia, Forificação e Desenho, de 1792, já determinavam a existência de seis partidos (bolsas de estudos) para os alunos que desejassem fazer o curso de engenharia (ver Pardal, P. 1985, p. 88).

Após 1889 é que percebemos mudanças no perfil social dos alunos da então Escola Politécnica do Rio de Janeiro. À época já havia sido fundada a Escola Politécnica de São Paulo. A partir de então é que as famílias abastadas, bem como as famílias dos altos funcionários da República passaram a enviar seus filhos para uma Faculdade de Engenharia. Aliás, a Escola Politécnica de São Paulo fora uma criação das elites paulistas.

Com respeito à concessão do grau de doutor em Ciências Matemáticas, sabemos o seguinte. A partir de 9 de Março de 1842, de acordo com os Estatutos reformados da Escola Militar, seus professores passaram a fazer jus ao grau de doutor em Ciências Matemáticas sem a necessidade de defesa de uma tese. Assim sendo, no ano de 1846 foram concedidos, por decreto, os primeiros graus. Foram os seguintes os professores recebedores, em 18 de Dezembro de 1846: José Saturnino da Silva Torres, José Victorino dos Santos, João Paulo dos Santos Barreto, José da Costa Azevedo, José Pedro Nolasco Pereira da Cunha, Antonio Joaquim de Souza, Manoel Felizardo de Souza e Mello, Pedro D'Alcantara Bellegarde, Joaquim José de Oliveira, Antonio José de Araujo, Antonio Manoel de Mello, Eugenio Fernando de Souza, José Maria da Silva Paranhos, José Joaquim da Cunha, Antonio Francisco Coelho. Em 20 de Setembro de 1847, receberam o grau de doutor os seguintes professores: Ricardo José Gomes Jardim, Frederico Leopoldo César Burlamaque, André Cordeiro de Negreiros Lobato, Francisco Antonio de Araujo.

O Decreto Imperial n° 2116, de 1 de Março de 1858 (ver Cap. 3), reformara os Estatutos da Escola Militar, transformando-a em Escola Central. O Art. 148 deste decreto estatuíra que os professores catedráticos da Escola Central fariam jus ao grau de doutor em Ciências Física e Matemáticas, sem necessidade de defesa de uma tese. Dessa forma, os seguintes professores da Escola Central receberam, por decreto, o grau de doutor , em 1863: Henrique de Amorim Bezerra, de acordo com aviso de 19/12/1862; em 1864: Francisco Carlos da Luz; em 1871: Antonio José do Amaral, Jerônimo Francisco Coelho, de acordo com aviso de 22/11/1871. Estes foram os professores que, durante o século XIX receberam o grau de doutor por decreto. À época da Escola Politécnica, com alterações na legislação pertinente, alguns professores ao defenderam tese para concurso público de professor catedrático, também receberam o diploma de doutor.

Devemos registrar o que segue. No Arquivo Benjamin Constant que se encontra no Museu Casa de Benjamin Constant, Rua Monte Alegre, 255 - Rio de Janeiro-RJ, encontramos nos dados biográficos do titular, dentre outras, a seguinte informação: "Cursou a Escola Militar em 1853. Aperfeiçoamento em engenharia e doutor em Matemática e Ciências Físicas pela Escola Central". Contudo, nos livros onde constam os termos de colação de grau de doutor da Escola Militar, da Escola Central, da Escola Politécnica do Rio de Janeiro que examinamos, não encontramos o nome de Benjamin Constant como sendo um dos recebedores do referido grau, quer na qualidade de aluno, quer na qualidade de professor.

No frontespício da primeira edição, de 1868, de sua obra intitulada *Theoria das Quantidades Negativas,* que fora apresentada ao Instituto Polytechnico Brazileiro, em 1867, instituição da qual ele fizera parte, consta o seguinte após o nome de Benjamin Constant: *Bacharel em Mathematicas e Sciencias Naturaes, Capitão do Corpo do Estado Maior de Primeira Classe.* Contudo, R. T. Mendes nos informara que em 23 de Março de 1889, Benjamin Constant fora nomeado lente da Escola Superior de Guerra, instituição criada pelo governo Imperial para separar os oficiais alunos dos demais alunos (cadetes e praças) que freqüentavam a Escola Militar da Praia Vermelha. A instituição fora criada por Decreto n° 10203, de 9 de Março de 1889. E que, em 26 de Março daquele ano, em complemento, Benjamin Constant teria recebido o grau de doutor em Ciências Físicas e Matemáticas que, fora uma decisão política por parte das autoridades competentes. Ver Raimundo Teixeira Mendes, in *Benjamin Constant: Esboço de uma apreciação sintética da vida e da obra do fundador da República Brasileira.* Rio de Janeiro, Edição da Igreja Positivista do Brasil, 2 volumes. Vol. I, 1892; vol. 2, 1894. Reimpressão pela Imprensa Nacional, Rio de Janeiro, 1936. Contudo, ao consultarmos a "Coleção de Leis do Império do Brazil de 1889", Rio de Janeiro, Imprensa Nacional, 2 volumes, 1889, não nos fora possível confirmar as informações de que Benjamin Constant fora nomeado lente da Escola Superior de Guerra e a outra de que ele recebera em 26 de Março de 1889, o grau de doutor. Encontramos apenas o Decreto n° 10203, que "Aprova o Regulamento para as Escolas do Exército". Seu Título IV: "Da Escola Superior de Guerra". Ressaltamos que o grau de doutor recebido por Benjamin Constant (supondo verdadeira esta informação) não poderia ter sido concedido pela Escola Central, conforme consta em seu arquivo, pois, como sabemos, o Decreto Imperial n° 5600, de 25 de Abril de 1874, transformara aquela instituição em Escola Politécnica. Portanto, a partir de Abril de 1874 não mais existira a Escola Central. Em 18 de Abril de 1898 a Escola Superior de Guerra fora extinta e seu curso fundira-se com o curso da Escola Militar da Praia Vermelha, tendo esta passado a denominar-se Escola Militar do Brasil.

TESES DEFENDIDAS A PARTIR DE 1848

A seguir, apresentaremos as teses que foram defendidas, a partir da Escola Militar, para obtenção do grau de doutor em Ciências Matemáticas e em Ciências Físicas e Matemáticas. Faremos isto usando a ordem cronológica de suas defesas. Devido a importância de suas teses para o contexto da ciência brasileira da época, apresentaremos breves dados biográficos sobre Joaquim Gomes de Sousa e sobre Theodoro Augusto Ramos.

JOAQUIM GOMES DE SOUSA. Filho de Ignacio José Gomes de Sousa e Antonia Carneiro de Brito e Sousa. Nascera em 1829, na fazenda Conceição, Província do Maranhão. Chegara à cidade do Rio de Janeiro em 1844, para ingressar na Escola Militar. Matriculara-se naquela instituição no ano de 1844. Mas, em 1845, não se sentindo satisfeito com os estudos naquela escola, pedira e obtivera permissão dos pais para abandonar a Escola Militar e matricular-se na Faculdade de Medicina do Rio de Janeiro. Ao freqüentar a

Faculdade de Medicina, o desejo de se aprofundar nos estudos das ciências Físico-Químicas e Naturais o impelira a estudar as Matemáticas com mais afinco e dedicação.

No ano de 1846 voltara a se matricular na Escola Militar e, em 1847 pedira permissão à direção da escola para realizar o *exame vago* de todas as cadeiras que faltavam para completar o curso da Escola Militar. Fora um acontecimento inédito na história da instituição. Alguns professores e colegas não acreditavam que ele obteria aprovação nos exames.

Fora aprovado, com louvor e, colara grau de bacharel em Ciências Matemáticas em 10 de Junho de 1848. Ato contínuo, dedicara-se à elaboração de sua tese. Em 14 de Outubro de 1848, aos dezenove anos de idade, após defender sua tese intitulada *Dissertação sobre o Modo de Indagar novos Astros sem Auxílio das Observações Diretas,* colara grau de doutor em Ciências Matemáticas. Fora portanto, o primeiro aluno da Escola Militar a obter o referido grau.

Posteriormente, ao ser aprovado em primeiro lugar em concurso público realizado pela Escola Militar, fora nomeado, em 23 de Novembro de 1848, Lente Substituto . Também fora nomeado Capitão Honorário da Escola Militar. Em 1 de Março de 1858 fora nomeado Lente (Professor) Catedrático da primeira cadeira do quarto ano do curso Matemático e de Ciências Naturais da então Escola Central (astronomia).

Joaquim Gomes de Sousa fora o mais importante matemático brasileiro nas duas primeiras décadas da segunda metade do século XIX. Publicara vários trabalhos os quais tratam de Física Matemática, Integração de Equações Diferenciais Parciais e Equações Integrais. A obra matemática de J. Gomes de Sousa é impressionante, não tanto pelo rigor, mas se levarmos em consideração seu isolamento do mundo científico europeu de então. Posteriormente, ele voltara a estudar medicina. Também se dedicara com brilhantismo aos estudos filosófico, literário etc. E fora político, exercera um mandato de deputado provincial. Falecera em 1864.

TÍTULO DA TESE; *DISSERTAÇÃO SOBRE O MODO DE INDAGAR NOVOS ASTROS SEM AUXÍLIO DAS OBSERVAÇÕES DIRETAS*, Typographia de Teixeira & C., Rio de Janeiro, 1848, ii+53 páginas. Tese defendida em 14 de Outubro de 1848, para obtenção do grau de doutor em Ciências Matemáticas. Escola Militar.

Na década de 1840 a Astronomia passara por um surto de grande desenvolvimento face a descoberta de novos planetas do sistema solar, bem como face a utilização das teorias de P. S. Laplace contidas em sua obra *Mécanique Céleste*. Por volta de 1845 alguns astrônomos passaram a registrar irregularidades na órbita do planeta Urano, as quais não podiam ser explicadas. Então alguns cientistas conjecturaram que tais anomalias poderiam ser provocadas por um outro astro desconhecido. Em 1846 J. C. Adams e V. J. J. Leverrier publicaram um artigo no qual divulgaram a massa aproximada e a posição do astro, no sistema solar, causador das anomalias na órbita de Urano. Algum tempo depois, fora localizado usando-se os dados fornecidos por Adams e Leverrier, por meio de telescópio, o novo astro. Fora o planeta que recebera o nome de Netuno. Estes fatos impregnaram a mente do jovem J. Gomes de Sousa. Dessa forma, quando da elaboração de sua tese para obtenção do grau de doutor, ele optara por um trabalho sobre Física Matemática.

Sua tese fora o primeiro trabalho sério de um brasileiro sobre o assunto abordado. Apesar de algumas imperfeições, trata-se de um trabalho original. O objetivo central do autor, no trabalho em pauta, fora propor e resolver três problemas por meio dos quais seria possível, a partir de astros conhecidos, indagar a respeito da existência de novos astros (planetas, cometas, estrelas) sem o auxílio de aparelhos. Isto é, determinar a existência de algum astro, a partir da perturbação no comportamento de um astro conhecido, sem o auxílio de aparelhos óticos. Neste trabalho, inicialmente Gomes de Sousa abordara o problema do movimento do centro de gravidade dos astros, depois ele abordara o problema das formas (que ele chamara de figuras) e do movimento dos astros em torno do seu centro de gravidade.

As sete fórmulas apresentadas por Gomes de Sousa envolvem seis elementos e ainda a massa do planeta perturbador e a massa do planeta perturbado. Gomes de Sousa considerara conhecidos os elementos das fórmulas, bem como a massa do astro perturbado. Que segundo ele, seriam suficientes para serem determinadas todas as incógnitas envolvidas nos três problemas propostos. À página 1, assim se expressara J. Gomes de Sousa.

> "[...] As sete formulas bastarão para a determinação de todas as incognitas: a descoberta de Le Verrier bem o prova. Porem depois que se tiver achado hum planeta que satisfaça as perturbações do planeta conhecido, não he possivel achar outro que produza o mesmo que elle? Não he possivel achar hum systema de planetas que substitua o outro? Se isto tiver lugar quando se procura resolver a questão exatamente não haverá equivoco quando se trata de formulas approximadas? A que gráo de approximação devemos levar as nossas formulas para que o equivoco desappareça? São estas questões que formão principalmente o objecto desta Dissertação [...]"

Para que suas idéias adquirissem confiabilidade por parte dos especialistas na área, Gomes de Sousa resolvera as questões acima levantadas. Inicialmente ele tratara do problema do movimento do centro de gravidade dos astros. Ato contínuo ele trabalhara sobre as formas dos astros e sobre o movimento dos astros em torno de seu centro de gravidade. Gomes de Sousa se inspirara na obra de Laplace acima mencionada. Apesar de seu isolamento da corrente científica internacional, ele conseguira se atualizar naquela área. A seguir listaremos os três problemas formulados e resolvidos por Gomes de Sousa.

Problema 1. *Sendo dada a perturbação de hum astro, achar-se-ha mais de hum systema de astros que as satisfaça?*

Antes de apresentar a solução do problema, J. Gomes de Sousa transcrevera as fórmulas de Laplace que representam as forças perturbadoras do primeiro sistema. Ao deduzir as equações desejadas, assim se expressara o autor ao concluir, à página 5.

> "[..] Ora essas equações sendo em número infinito e distinc tas, segue-se que ellas são identicas e que por conseguinte não se póde em hum systema de astros perturbadores substituir outras. As formulas de nos servimos são approximadas: he relativamente à ellas que a questão que tratamos offerece maior enteresse, por isso vamos agora occuparmos-nos della".

Problema 2. *Sendo dadas as perturbações de hum planeta, he possivel achar mais de hum planeta perturbador que as satisfaça?*

Em seguida, dissera à página 5.

" Os planetas são suppostos sphericos e a approximação le vada até a primeira dimensão das excentricidades e enclinação reciproca das orbitas. No caso que consideramos a perturbação que hum planeta m' exerce em latitude sobre outro planeta m, he [...]"

E, passara a uma equação devido a Laplace a qual representa a perturbação acima mencionada. Ao final de sua demonstração, à página 14, assim se expressara Gomes de Sousa.

" Vê-se que dois planetas de excentricidade defferentes e as suas linhas dos nodos sendo diversas, produzem entretanto a mesma perturbação em longitude".

PROBLEMA 3. *He possivel substituir a acção perturbadora de hum planeta pela de dois outros?*

Ao finalizar a demonstração do problema, o autor dissera à página 44.

"[...] Pode-se levar o exame das questões de que nos temos occupado à ordens superiores por meio de formulas que com o auxilio dos livros segundo e sexto da Mechanica Celeste se construirão; porem não podemos examinar estas questões, sem que esta these tivesse hum tamanho desmesurado [...]"

Observamos nas demonstrações dos três problemas, o uso de uma ferramenta matemática adequada, a saber, equações trigonométricas, séries, derivadas e integrais, com o que Gomes de Sousa se mostrara familiarizado.

A partir da página 45 Gomes de Sousa se dedicara ao estudo dos cometas. Inicialmente ele assim se expressara.

"Si as lunetas não se aperfeiçoarem, muitos planetas do nos so systema ficarão desconhecidos, quando elles se acharem a huma grande distancia. He entretanto digno da attenção dos geometras a determinação de semelhantes astros. Os cometas podem servir nestas endagações: suas orbitas sendo muito excentricas, elles podem ser perturbados por astros que ja não enfluão sobre os planetas conhecidos; devemos então considerar os cometas como consideramos os planetas; porem as massas dos cometas sendo muito pequenas relativamente aos planetas, não perturbão de huma maneira apreciavel estes ultimos astros; porem elles, ao contrario, são grandemente perturbados. Si se tratasse de resolver exactamente a questão da determinação dos planetas pelos cometas, não haveria equivoco algum, como se vê pelo terceiro problema; porem as formulas de que nos servimos sendo approximadas, convem ver si com ellas a mesma cousa tem lugar, ou até que grão deve ser levada a approximação para que os equivocos desappareção. As grandes excentricidades das orbitas cometarias, as suas grandes inclinações reciprocas, não permittem, como acontece com os planetas, de representar as suas perturbações geraes por formulas finitas, que possão ser facilmente comparadas; he necessario recorrer as quadraturas mechanicas, para o que Laplace dá, na Mechanica Celeste as tres formulas seguintes [...] que não podem servir no nosso caso, pois que para sua integração devem-se conhecer os planetas perturbadores. O melhor meio de determinar as orbitas dos cometas he como o propoz o ellustre Lagrange, suppol-os

> movendo-se em elypsis de elementos variaveis. Nós vamos applicar o mesmo methodo à determinação dos astros perturbadores [...]"

A seguir, Gomes de Sousa passara a considera três casos segundo as posições relativas dos astros, a saber, *quando o cometa acha-se muito longe do planeta; quando o cometa acha-se muito perto e quando o cometa encontra-se a uma distância média do planeta*. Para o estudo desses três casos, Gomes de Sousa usara fórmulas obtidas por Laplace em sua obra *Mécanique Céleste.* Após sua demonstração, o autor concluíra à página 51.

> " Taes são os elementos da orbita do cometa em termos do planeta. Calcular-se-ha sem embaraços os elementos de nova orbita na ocasião em que o planeta o abandonar. Far-se-ha a mesma cousa para hum segundo palneta: comparar-se-ha as duas formulas. Os calculos sendo muito longos, e eu tendo muita pressa de acabar esta these despensar-me-hei de desenvolverl-as [...]"

A seguir, à página 52, Gomes de Sousa fizera rápidas considerações sobre a forma dos astros e movimento em torno dos seus centros de gravidade. Finalizara seu trabalho à página 53, com o seguinte.

> "A grandeza que ja tem esta these, a pressa em que estamos de a concluir nos fez tratar com pouco desenvolvimento certas questões: assim tratando de substituir dois planetas a hum não consideramos as suas perturbações mutuas; o calculo seria penoso, porem analogo ao que demos no mesmo lugar".

A tese em pauta não é um trabalho acadêmico de excepcional qualidade. Contudo, é um importante marco para a historiografia da ciência no Brasil, porque ela corresponde ao início de uma importante atividade científica, a saber, a pesquisa matemática séria em nosso país. Não devemos esquecer as dificuldades que tiveram, no Brasil da época, aquelas pessoas interessadas em obter livros e revistas especializadas em Matemáticas e publicados no velho continente, enfim a dificuldade em obter resultados recentes, face o isolamento científico no Brasil de então.

Ao final do trabalho não há uma listagem bibliográfica das obras consultadas, mesmo porque, esta prática não fora comum no meio científico brasileiro de então. Aliás, em nenhuma das teses aqui apresentadas seus autores se preocuparam com tal prática. Mas, em muitas partes de sua tese, Gomes de Sousa fizera referências a obras de Laplace e Lagrange.

Em 26 de Maio de 1848, o Dr. José Pedro Nolasco Pereira da Cunha, docente da Escola Militar, conferira o grau de doutor em Ciências Matemáticas aos seguintes bachareis: Manoel da Cunha Galvão; Ignacio da Silva Galvão, título da tese: *Dissertação sobre as Superfícies Involtórias*; João Baptista de Castro Moraes Antas, título da tese: *Theoria Mathematica das Probabilidades*; Francisco Joaquim Cattete, título da tese: *Sobre a Curva Acústica;* Luis Affonso d'Escragnolle, Manoel Caetano de Gouveia. Não nos fora possível localizar e obter fotocópias de suas teses. Obtivemos apenas os títtulos de algumas delas.

Em 19 de Maio de 1849, receberam o grau de doutor em Ciências Matemáticas pela Escola Militar, os bachareis: João Luiz d'Araujo Oliveira Lobo, Francisco Pereira de

Aguiar, Marcos Pereira de Sales, Guilherme Schüch de Capanema, título da tese: *Sobre o Methodo de Divisão de Horner e sua Applicação à Álgebra*. Também não localizamos as teses apresentadas por eles. Obtivemos apenas o título de uma delas.

Em 5 de Fevereiro de 1850, o bacharel Miguel Joaquim Pereira de Sá apresentara à Escola Militar da Corte a tese intitulada: *SOBRE OS PRINCÍPIOS DE ESTÁTICA*, a qual fora defendida em 2 de Março de 1850. Não nos fora possível obter fotocópia do trabalho. Sabemos apenas que fora um trabalho de inspiração positivista comtiana.

JOÃO ERNESTO VIRIATO DE MEDEIROS. TÍTULO DA TESE: *DISSERTAÇÃO SOBRE O METHODO DOS LIMITES E DOS INFINITAMENTE PEQUENOS*. Typographia de Francisco de Paula Brito, Rio de Janeiro, 1850, i+27 páginas. Tese defendida em 1850 para obtenção do grau de doutor em Ciências Matemáticas. Escola Militar.

Trata-se de um trabalho expositivo, de cunho histórico, no qual o autor rememora, sem apresentar novas demonstrações, resultados matemáticos conhecidos e obtidos nos séculos XVII e XVIII a respeito da noção de limite e dos infinitamente pequenos.

Relembramos que a partir da década de 1820 o problema do rigor na Análise Matemática fora encaminhado em bases sólidas e permanentes graças a trabalhos produzidos por Bolzano, Cauchy, Dirichlet, dentre outros matemáticos. Os principais conceitos e conseqüentes definições daquela área das Matemáticas já estavam bem postos, como por exemplo, a definição de função, de limite de uma função em um ponto, de derivada de uma função em um ponto. Enfim já existira o rigor, naquela parte das Matemáticas, introduzido por Cauchy com o uso dos ε e δ[1].

A tese está dividida em quatro partes. À página i, o autor escrevera o seguinte, mostrando que não estava atualizado com o desenvolvimento daquela parte das Matemáticas.

> "Qual dos dous methodos deve servir de base ao Calculo Differencial? O dos Limites ou o dos Infinitamente-Pequenos?

Na primeira parte o autor tecera considerações gerais a respeito do desenvolvimento da Matemática, em particular, do Cálculo Diferencial, nos séculos XVII e XVIII, mas não sobre os resultados obtidos naquela área, durante a primeira metade do século XIX. Ele listara alguns nomes de matemáticos que haviam contribuído para o desenvolvimento das Matemáticas, a saber, R. Descartes, B. Cavalieri, I. Barrow, J. Wallis, I. Newton e G. W. Leibniz.

À página 4, assim se expressara o autor.

> "As notações empregadas por Leibniz, e a idéa primordial de Newton, para achar as relações entre a fluxão da ordenada e sua abscissa, tem sido empregadas por alguns autores para basearem o Calculo Differencial; concebendo estas relações como primeiras e ultimas razões das quantidades ou seus limites: outros porém seguem à risca as genuinas idéas de Leibniz. Em saber qual dos dous methodos, si o dos Limites, ou dos Infinitamente - pequenos, contém a verdadeira metaphysica do

[1] Cf. N. Bourbaki, in "Elements of the History of Mathematics", Berlin, Springer-Verlag, 1994.

Calculo Differencial, é que existe controversia e os mathematicos se acham ainda hoje divididos em suas seitas [...]"

Observamos nesta passagem de seu trabalho que o autor não estava atualizado com os avanços obtidos nesta área das Matemáticas, pois ele não mencionara em ponto algum de sua tese, trabalhos publicados por Lagrange, Bolzano, Cauchy, Dirichlet, Weierstrass, dentre outros.

Na segunda parte do trabalho, o autor abordara o *método dos limites* . Nesta parte, ele reportara-se aos matemáticos (não citara nomes) que preferiam trabalhar usando o *método dos limites*, ao invés de usarem os infinitamente - pequenos. Logo a seguir ele considerara a função y = f(x), mas não explicita o que entendera por função. Na continuação, supõe que à variável x corresponde um *aumento* qualquer Δx e, informara o seguinte: " é claro que a y também corresponderá um certo augmento Δy". Em lugar algum de seu trabalho o autor fizera referência ao domínio (termo atual) de definição das funções abordadas. Pois, como sabemos, para tal mister é preciso também especificar o domínio de definição da função, além da lei de correspondência. Em 1850 estes fatos já eram bem conhecidos dos matemáticos.

Em seguida o autor escrevera a expressão,

$$(1)\ y + \Delta y = f(x+\Delta x),$$

e após subtrair y = f(x) a ambos os termos de (1), obtivera a expressão,

$$(2)\ \Delta y = f(x+\Delta x) - f(x)\ .$$

A seguir, o autor dividira (2) por Δx, sem supor $\Delta x \neq 0$, e escrevera a expressão:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}\ .$$

Ato contínuo o autor escrevera.

" Da qual teremos o limite, quando suppozermos que o augmento dado à variavel se tem nullificado, ou, o que é o mesmo, quando for $\Delta x = 0$. Fazendo esta hypothese, visto ser $\Delta y = 0$ quando $\Delta x = 0$, acha-se:

$$\frac{0}{0} = \frac{f(x+0) - f(x)}{0} = \frac{f(x) - f(x)}{0} = \frac{0}{0}\ ,$$

uma identidade de expressões affectas do simbolo da indeterminação, da qual porém se obterá o valor, quando se conhecer f(x), e então $\frac{0}{0}$ é substituido por $\frac{dy}{dx}$ para indicar a relação dos augmentos, da função y e sua variavel x, quando elles tem chegado ao limite zero, mudança esta somente feita, porque $\frac{0}{0}$ nenhum vestigio deixa, das variaveis que se consideram".

À página 6, acrescentara o autor.

"O que fizemos, serve de base a differenciação de todas as funcções, qualquer que seja o numero de variaveis independentes que n'ellas entrem, e é por esse meio, que são tratadas todas as questões do Calculo Differencial [...]"

Na continuação, ele dera o seguinte exemplo: Seja a função $y = 6a^5x^2 + 30$. Após algumas considerações e substituições, ele obtivera a expressão $\frac{dy}{dx} = 12a^5x$.

À página 7, o autor passara a fazer considerações filosóficas a respeito de: 0, $\frac{0}{0}$ e $\frac{1}{0}$ que se obtém para resultado final de uma expressão qualquer. Continuando em suas divagações filosóficas, ele apresentara como exemplo, o seguinte.

$$\frac{0}{0} = 12a^5x$$

e concluíra que $dy = 12a^5xdx$. Ele ainda escrevera à página 8 o seguinte.

"[...] Não é uma equação absurda porque zero sobre zero é o simbolo de uma indeterminação, e como pode representar indifferentemente 1, 2, 3, etc., nada prohibe que seja igual a $12a^5x$ ".

Ainda em suas considerações filosóficas a respeito de expressões com valores iguais a zero, zero sobre zero e um sobre zero, o autor citara obras de Boucharlat, Newton, L. Carnot e S. F. Lacroix. Contudo, ele não citara a definição de limite de uma grandeza dada por d'Alembert em 1751 e tampouco a definição de limite de uma função dada por L. Euler no século XVIII. Conjecturamos que o autor desconhecia todo o trabalho de Cauchy, divulgado a partir da década de 1820, sobre esta parte das Matemáticas. Nesta parte da tese, o autor abordara este assunto utilizando os conceitos apresentados por I. Newton nos primórdios do Cálculo Diferencial, isto é, no século XVII.

Na terceira parte da tese o autor tratara do *Methodo dos Infinitamente-Pequenos*. Ali, ele usara as idéias e conceitos dos infinitésimos apresentados por Leibniz para obtenção da derivada de uma função. Ele assim se expressara à página 14.

" Essencialmente diverso do methodo dos limites, é o dos Infinitamente-Pequenos, e o Calculo Differencial, segundo elle, em lugar do limite da relação dos augmentos simulta neos de uma função e da variavel de que ella depende, busca a relação d'estes augmentos, que por se tomarem tão pequenos quanto se queira, tem o nome de infinitamente pequenos, ou mais propriamente indefinidamente pequenos [...]"

A seguir, ele considerara a função y = f(x) e escrevera o seguinte. " Dando um augmento qualquer Δx a y corresponderá um novo valor Δy". Em seguida, ao somar Δy ao primeiro membro da igualdade e Δx ao segundo membro, o autor obtém a expressão: y +

Δy = f(x+ Δx), donde obtém Δy = f(x + Δx) - f(x). E, a seguir, dividira ambos os membros dessa igualdade por Δx, sem fazer considerações sobre Δx. E obtivera a expressão:

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x} .$$

Logo a seguir dissera o autor.

> "Quando n'esta relação o augmento Δx fôr tomado tão pequeno quanto se queira, ou indefinidamente pequeno, é claro que Δy também o será, e representando-os por dy e dx, ella se transformará em $\frac{dy}{dx} = \frac{f(x+dx) - f(x)}{dx}$, relação que ficará completamente conhecida quando for dada f(x) ; devendo-se notar que se no desenvolvimento do numerador da fracção do segundo membro, apparecerem potencias de dx superiores à primeira, ellas se desprezarão em comparação a esta [...]"

Na continuação, ele passara ao exemplo, $y = x^2 + sx - t$ e acrescentara o seguinte.

> " Dando a x um augmento h, y se mudará em y′ e teremos y′ = $(x+h)^2 + s(x+h) - t = x^2 + sx - t + (2x+s)h + h^2$. Subtraindo y′-y tem-se y′-y = $(2x+s)h + h^2$. Quando h se tornar em dx, y′-y se tornará em dy, e esta equação passará a ser $dy = (2x+s)dx + dx^2$ na qual desprezando dx^2 , acha-se dy=(2x+s)dx d'onde se tira $\frac{dy}{dx} = 2x + s$ coefficiente differencial".

À página 17, o autor passara à discussão filosófica do método dos infinitamente pequenos. Citara algumas críticas feitas por L. Carnot ao método idealizado por Leibniz e, a seguir ele citara exemplos para justificar sua preferência pelo método abordado. Na continuação, apresentara justificativas filosóficas a respeito da idéia de infinito e de indefinido. E acrescentara à página 22, o seguinte.

> "[...] É certo que um e outro não tem limites, mas ao segun do a consideração do tempo e do espaço é de necessidade absoluta, e ao primeiro não (referira-se a: infinito e indefinido), visto por si mesmo existir: ou antes, só o tempo e o espaço são infinitos e preexistentes a todos os objectos, e o indefinido nasce dos objectos, quando fazemos a comparação da parte por elle occupada do espaço, com o mesmo espaço [...]"

Na quarta parte do trabalho o autor valorizara o método idealizado por Leibniz para calcular a derivada de uma função em um ponto e, em seguida, fizera a comparação entre os dois métodos abordados no trabalho. E passara a obtenção da diferencial de arcos de curvas no plano e no espaço, bem como para superfícies de revolução. À página 26 o autor repetira alguns cálculos, utilizando desta feita o método dos limites e não mais o método dos infinitesimais. E, concluíra á página 27 com o seguinte.

> " N'estes poucos exemplos, e bem simples, a superioridade pratica do methodo dos Infinitamente-Pequenos não pode ser declinada: mas onde elle se mostra com todo o brilhantismo [...] é em sua applicação aos phenomenos da natureza, que repugnando a extincção completa dos seus seres, e regulando-os por leis, que em tudo coincidem com as proclamadas por Leibniz, imprime-lhes o sello de incontestavel verdade [...]"

Por fim, ao concluir seu trabalho, o autor dissera que é somente no método dos infinitésimos (infinitamente pequenos) que se pode estabelecer o Cálculo Diferencial. Apesar de sua preferência pelos infinitésimos para a obtenção da derivada de uma função em um ponto, o autor não fizera considerações lógicas a respeito dos infinitésimos. Sabemos que matemáticos como: Euler, D'Alembert, Lagrange, Bolzano, Cauchy, dentre outros, utilizaram em alguns de seus trabalhos os infinitésimos, mesmo desconhecendo suas bases lógicas[2].

Observamos que o autor não se preocupara em fazer considerações a respeito do problema da tangente a uma curva em um ponto, o qual fora de grande interesse para os matemáticos do século XVII, por estar intimamente relacionado ao problema da derivada de um função em um ponto. Homens como Fermat, Descartes, J. Wallis, I. Barrow, dentre outros, tentaram explicar por completo o problema do cálculo da tangente a uma curva em um ponto.

JOAQUIM ALEXANDRE MANSO SAYÃO. TÍTULO DA TESE: *DISSERTAÇÃO SOBRE OS PRINCIPIOS FUNDAMENTAES DO EQUILIBRIO DOS CORPOS FLUCTUANTES MERGULHADOS EM DOUS MEIOS RESISTENTES E SOBRE A ESTABILIDADE EM A CONSTRUCÇÃO NAVAL*. Typographia de Francisco de Paula Brito, Rio de Janeiro, 1851, vii+33 páginas+4 páginas com figuras explicativas. Tese defendida em 1 Abril de 1852 para obtenção do grau de doutor em Ciências Matemáticas. Escola Militar.

Esta fora uma das poucas teses inspiradas na ideologia positivista de A. Comte e apresentadas à Escola Militar. Ao iniciar a primeira parte, o autor transcrevera algumas palavras da obra de Comte *Cours de Philosophie Positive.* A saber.

> " Les phénomènes mécaniques sont, par leur nature, à la fois plus particuliers, plus compliqués et plus concrets que les phénomènes geometriques". A. Comte, Cours de Phil. Posit.

A tese está dividida em duas partes, a saber, *Considerações sobre os corpos fluctuantes*; *Da architectura naval*. Trata-se de um trabalho expositivo e sobre engenharia naval, abordando assuntos bem conhecidos sobre hidrostática e hidrodinâmica. O autor fora, à época, 1° Tenente da Armada Nacional e Imperial.

---

[2] Em 1960 é que o lógico A. Robinson (1918-1974) estabelecera as bases lógicas para os infinitésimos. Cf. A. Robinson, in "Nonstandard Analysis", Amsterdan, North Holland, 1974. Em verdade, Robinson axiomatizara os hiperreais que contêm os infinitésimos. A partir deste trabalho é que os infintésimos foram compreendidos. Ainda a este respeito cf. A. J. Franco de Oliveira, in "O Advento da Matemática Não-Standard", Monogr. Soc. Paran. Mat. Curitiba, n° 8, 1990.

Na introdução do trabalho o autor discorrera sobre a *sciencia naval.* Mencionara sua importância para a época, para o Brasil e, à página iv escrevera.

> "[...] Entretanto, é triste mas de mister dizel-o, é o assumpto talvez o menos cultivado em nossos dias, mesmo pela orgulhosa nação ingleza, de cujo colossal poder é a marinha o principal apoio; e que, finalmente, é julgado entre nós como a cousa mais simples e trivial, ao alcance de todas as intelligencias, e só dependente da pratica e da rotina".

Na primeira parte da tese o autor definira a hidráulica e, a seguir apresentara sua subdivisão em dois ramos, a saber, hidrostática e hidrodinâmica. Ato contínuo escrevera a respeito de seus objetivos e tecera considerações sobre o princípio de igualdade de pressão, citando o princípio de Arquimedes a respeito do equilíbrio dos corpos flutuantes, que é o seguinte: *Um corpo mergulhado em um fluido perde uma parte de seu peso igual ao peso do fluido deslocado.*

À página 2, o autor escrevera o seguinte.

> " Provaremos este theorema d'um modo o mais amplo e geral que é possivel, mostrando que é uma condição necessaria da equação geral de equilibrio d'um corpo fluctuante, não só em um, como em dous fluidos resistentes; e por tanto ampliando o principio de Archimedes, que, em quasi todos os tractados de mechanica, se acha discutido relativamente a um fluido, e não a dous como realmente se nos apresenta em a natureza e phenomeno da fluctuação de um corpo solido"

Não há dúvidas que esta *nova* demonstração do teorema acima referido fora uma contribuição do autor para o assunto em pauta. Contudo, ele não informara claramente se esta ampliação do princípio de Arquimedes e, que ele chamara de *o mais amplo e geral que é possivel,* tratava-se de uma contribuição inédita. Conjecturamos que sim. Se assim o for, então temos um exemplo de que seria possível apresentar, à época, uma nova abordagem de um assunto matemático conhecido.

Na continuação, o autor fizera algumas considerações a respeito do centro de gravidade e da rotação de um corpo em torno de seu centro de gravidade, bem como do eixo instantâneo de rotação do corpo, dentre outras considerações. A seguir ele deduzira as equações algébricas a respeito. Omitiremos estas demonstrações por se tratar de um assunto técnico. Contudo, devemos ressaltar que o instrumental matemático utilizado dizia respeito à Trigonometria, à Geometria Analítica e ao Cálculo Diferencial e Integral. Ele citara Lagrange, Arquimedes, Torricelli, Maupertuis, porém não mencionara os títulos de suas obras que foram consultadas.

À página 14 e seguintes, assim se expressara o autor.

> "Um dos theoremas mais notaveis que até ao presente se tem deduzido das equações geraes do equilibrio é a celebre propriedade, descoberta devida ao sabio Torricelli, relativamente aos corpos pesados. Esta propriedade consiste essencialmente em que, quando um systema qualquer de corpos pesados está em equilibrio, seu centro de gravidade está necessariamente collocado no ponto o mais baixo ou o mais alto possivel, comparativamente à todas as posições que poderia tomar o systema em qualquer outra situação. Nas considerações geraes segundo as quaes Torricelli

> tentou demonstral-o, não foi de certo muito feliz; porém Lagrange dá a verdadeira demonstração geral deduzindo-o do seu grande principio fundamental das velocidades virtuaes. Que este theorema tem igualmente lugar para com o centro de gravidade geral d'um corpo fluctuante e dos dous fluidos que o envolvem, é o que já annunciamos, e o que vamos demonstrar [...]"

Na continuação, o autor passara à sua demonstração, fato que omitiremos por ser uma parte técnica envolvendo equações algébricas e desigualdades. Observamos contudo, que o autor fizera uso, em suas considerações, também de máximo e mínimo absolutos de uma dada função, o que mostra que ele possuíra bons conhecimentos teóricos das Matemáticas. À página 16, ele escrevera o seguinte, após algumas considerações.

> "[...] É pois evidente que o corpo só estará em equilibrio perfeitamente estavel no caso de minimo absoluto, de modo que, estando o fluctuante em equilibrio, se acontecer ser afastado infinitamente pouco de sua posição natural, tenderá a restituir-se a ella fazendo oscillações infinitamente pequenas. É nisto que consiste a chamada lei de repouso de Maupertuis, que não é senão o theorema ou principio de Torricelli encarado debaixo de um ponto de vista amplo e geral [...]"

Na segunda parte da tese, a partir da página 19, o autor abordara o tema *Architectura Naval.* Inicialmente ele definira Arquitetura Naval. Fizera em seguida considerações sobre a ciência e a arte de construir navios de madeira. Dera a subdivisão da Arquitetura Naval. Mas, não fizera considerações sobre o melhor tipo de madeira para construção de navios militares e comerciais. Tecera considerações sobre a maneira de se projetar e construir navios de guerra. À página 21 fizera considerações sobre os navios em geral. À página 23 o autor fizera considerações a respeito do equilíbrio dos navios e de sua estabilidade em geral. A partir daí, após considerações pertencentes à Física, tais como, centro de gravidade e metacentro de um navio, momento da pressão de um fluido etc., o autor apresentara algumas expressão matemáticas correspondentes. À página 26 o autor fizera considerações sobre o modo de reduzir a estabilidade dos navios a uma forma determinada. À página 27 ele escrevera sobre a determinação da estabilidade dos navios com o que concluíra o trabalho.

Em 12 de Março de 1853 recebera o grau de doutor em Ciências Matemáticas, pela Escola Militar, o bacharel Manoel Maria Pinto Peixoto. Não nos fora possível obter fotocópia de sua tese. Obtivemos apenas o título de sua tese, a saber, *Estudo dos Princípios do Cálculo*.

Em 10 de Março de 1854 recebera o grau de doutor em Ciências Matemáticas, pela Escola Militar, o bacharel José Carlos de Carvalho. Não nos fora possível obter fotocópia de sua tese, nem seu título .

JOSÉ JOAQUIM DE OLIVEIRA. TÍTULO DA TESE: *ESTUDO SOBRE O MOVIMENTO DE UM PONTO MATERIAL SUBMETIDO A UMA FORÇA CENTRAL.* Trabalho em manuscrito, Rio de Janeiro, 1855, vii+21 páginas. No final, uma página com figuras. Tese defendida em 7 de Dezembro de 1855 para obtenção do grau de doutor em Ciências Matemáticas. Escola Militar.

Trata-se de um trabalho sobre Física, mais especificamente, sobre a Dinâmica, no qual o autor usara, em seu desenvolvimento, como ferramenta matemática a Geometria

Analítica, a Trigonometria e o Cálculo Diferencial e Integral. O autor não apresentara novidades com respeito à Dinâmica de então, porém, em várias passagens ele nos informara que *abordará determinados assuntos de modo diferente ao encontrado nas obras sobre Dinâmica.*

Todo o trabalho fora desenvolvido em função do seguinte: indagar a natureza das trajetórias, bem como os movimentos de um ponto material infinitamente pequeno, livre, que tendo recebido um impulso inicial acha-se submetido a uma força constante que o atrai para um centro fixo e, cuja intensidade depende unicamente da distância do móvel ao centro de ação.

O trabalho fora dividido em duas partes. Na primeira, o autor fizera uma espécie de introdução, com considerações gerais necessárias ao entendimento da outra parte. Nesta outra parte, ele estudara as trajetórias e os movimentos de um ponto material submetido a uma força central. Ainda nesta segunda parte o autor deduzira expressões matemáticas gerais relativas ao assunto. Em nenhum parte de seu trabalho o autor explicitara a noção de força. Definição crucial para a ciência da época. Durante a dedução de algumas fórmulas, o autor citara o Tratado de Mecânica, de Siméon-Denis Poisson e o livro de Lacroix, Cálculo Diferencial . Contudo, não citara trabalhos de Lagrange, Poncelet, Coriolis, Fourier, Gauss, dentre outros matemáticos que deram valiosas contribuições à Mecânica.

Em verdade, o trabalho se transformara em uma compilação de equações algébricas, trigonométricas e integrais, ferramenta matemática usada na Mecânica.

AUGUSTO DIAS CARNEIRO. TÍTULO DA TESE: *EQUAÇÕES GERAES DA PROPAGAÇÃO DO CALOR NOS CORPOS SOLIDOS SUPPONDO VARIAVEL A CONDUCTIBILIDADE COM A DIREÇÃO E POSIÇÃO*. Typographia Universal de Laemmert, Rio de Janeiro, 1855, iii+29 páginas. Tese defendida em Dezembro de 1855 para obtenção do grau de doutor em Ciências Matemáticas. Escola Militar.

Trata-se de um trabalho de inspiração positivista comtiana. Aliás, na introdução de seu trabalho ou na parte *Breves Considerações sobre a Thermologia Mathematica*, à página 1, o autor transcrevera trecho de um pensamento de A. Comte a respeito da obra de J. B. J. Fourier, *Teoria Analítica do Calor.*

> " Je ne crains pas de prononcer, comme si j'étais à dix siècles d'aujourd'hui, que depuis la théorie de la gravitation, aucune création mathématique n'a eu plus de valeur et de portée que celle-ci, quant aux progrès généraux de la philosophie naturelle: peut-être même, en scrutant de près l'histoire de ces deux grandes pensées, trouverait-on que la fondation de la thermologie mathématique par Fourier était moins préparée que celle de la mécanique céleste par Newton. Aug. Comte".

Em verdade, trata-se de um trabalho sobre a Termologia, que o autor chamara de Thermologia Mathematica. Ele dissera que o objetivo analítico da Thermologia Mathematica consiste em obter uma certa função que possa exprimir, em um instante dado, a temperatura de um ponto qualquer de uma massa considerada. Não há resultados novos neste trabalho, tampouco há novas demonstrações de resultados conhecidos. Aliás, à página 8, o autor assim se expressara ao fazer suas considerações.

> "[...] Muitas outras considerações se nos offerecem, mas receando o grande desenvolvimento que ellas exigirão, e ao mesmo tempo conscio da nossa

insufficiencia, pômos aqui termo a esta parte, declarando desde já que não apresentamos idéas novas, privilegio a poucos concedido; mas sim o que pudémos colligir dos autores que consultámos".

O autor citara obras de Fourier, Laplace, Biot, Poisson, Lamé, Duhamel sobre o assunto em pauta. Porém, partira do trabalho de J. M. C. Duhamel, *Propagação do Calor nos Corpos Sólidos* para a elaboração do trabalho, conforme expressara à página 7. À página 9 o autor passara às *Equações Fundamentaes da Propagação do Calor nos Corpos Solidos.* Em seguida apresentara as equações correspondentes, que omitiremos, para à página 13, escrever uma equação diferencial representando a equação geral da propagação do calor em um corpo sólido indefinido. Finalmente à página 14, ele dissera o seguinte.

"No caso da conductibilidade constante em todos os sentidos, a equação ultima tomará a fórma mais simples

$$\frac{du}{dt} = \frac{A}{q}\left(\frac{d^2u}{dx^2} + \frac{d^2u}{dy^2} + \frac{d^2u}{dz^2}\right)\text{"}$$

À página 20 ele abordara a *Propagação do Calor em uma Substancia cuja Conductibilidade varia com a Direção e a Posição*. Após suas considerações e, após obter as equações diferenciais correspondentes, ele escrevera a equação,

$$\text{"}\ q\frac{du}{dt} = \frac{d.A\frac{du}{dx}}{dx} + \frac{d.A\frac{du}{dy}}{dy} + \frac{d.A\frac{du}{dz}}{dz}$$

Esta equação já tinha sido deduzida por Poisson (Théorie mathématique de la chaleur, pag. 92)".

À página 22 o autor concluíra seu trabalho abordando a *Propagação do Calor em um Prisma Rectangular*. Após as obtenções das expressões matemáticas correspondentes, o autor dissera à página 28.

"[...] A uma grande distancia da base, e sobre uma parallela qualquer às arestas, as temperaturas estão em progressão geometrica, quando as distancias estiverem em progressão arithmetica [...]"

Em seu trabalho o autor utilizara vários conceitos, mas não tivera o cuidado de explicá-los e/ou de definí-los. Dentre os quais citaremos os seguintes: função, condutibilidade, temperatura, densidade, calor específico.

D. JORGE EUGENIO DE LOSSIO E SEILBTZ. TÍTULO DA TESE: *THEORIA DAS TANGENTES, DA CURVATURA E DO RAIO DE CURVATURA E DOS CONTACTOS DAS CURVAS PLANAS.* Não há indicação da tipografia onde o trabalho fora impresso. Rio de Janeiro, 1855, 39 páginas + 2 páginas com figuras. Tese defendida em

Dezembro de 1855 para obtenção do grau de doutor em Ciências Matemáticas. Escola Militar.

O trabalho fora dividido em três partes, a saber, *Theoria das Tangentes; Theoria das Curvaturas, do Raio e Centro de Curvatura; Theoria dos Contactos das Curvas Planas.*

O autor não fizera, antes de abordar o assunto das tangentes a uma curva, considerações gerais a respeito dos números reais. Que diga-se de passagem, à época já era abordado com clareza pelos matemáticos europeus. Devemos ressaltar ainda que o autor não fizera demonstrações originais dos assuntos tratados na tese, os quais eram, à época, largamente conhecidos pela comunidade matemática.

O autor também não fizera algum esboço gráfico no plano cartesiano, para facilitar o entendimento do problema de uma reta tangente a uma curva. Aliás, determinar uma reta tangente a uma curva qualquer não é um problema de simples solução, como nos faz entender o autor. Esta é uma questão muito delicada, pois envolve o fato de sabermos o que é o raio de uma curva em um ponto. O autor não fizera observações a este respeito. Talvez, para contornar a delicada situação de sabermos o que seria o raio de uma curva qualquer, o autor deveria ter iniciado suas considerações supondo que a curva em pauta fosse o gráfico de uma certa função dada.

À página 1, o autor apresentara a definição de uma reta tangente a uma curva plana, como segue.

> "A theoria das tangentes funda-se em sua definição: a maneira mais conveniente e geral de a definir, de sorte que a sua definição se preste à deducção rigorosa de sua theoria, consiste em considera-la como o limite para o qual tende uma secante em que um dos pontos da intersecção supposto movel se approxima indefinidamente de um outro ponto supposto fixo até que se confundão exactamente".

A seguir o autor passara às considerações analíticas. Supondo que f(x,y) = 0 seja a equação de uma curva plana em coordenadas cartesianas. Em seguida o autor deduzira a equação da reta secante à curva, a saber:

(1) $\beta - y = \frac{\Delta y}{\Delta x}(\alpha - x)$, onde B = (α,β) é um ponto qualquer da reta secante e, Δx, Δy são incrementos dados ao ponto P = (x,y). Ato contínuo ele deduzira a equação da reta tangente à curva dada. Acrescentara porém que a partir da equação (1) poderemos obter facilmente a equação da reta tangente à curva no ponto P = (x,y). E nos informara que a equação da reta tangente "pode ser considerada como o limite da secante". Em seguida o autor apresentara a equação da reta tangente à curva f(x,y) = 0, como sendo:

$$\beta - y = \frac{dy}{dx}(\alpha - x).$$

Na continuação, o autor apresentara a equação da reta normal à curva f(x,y) = 0, $\beta - y = -\frac{dx}{dy}(\alpha - x)$. Definindo-a como: "a recta que passa pelo ponto P = (x,y) e é perpendicular à tangente". Contudo, o autor não dera alguma indicação a respeito do que atualmente chamamos de coeficiente angular de uma reta. Apenas acrescentara à página 3, o seguinte.

"À vista do methodo que acabamos de expor empregado para determinar a tangente de uma curva dada por sua equação, se reconhece que o calculo differencial resolvendo em sua maxima generalidade o problema das tangentes o reduzio ao simples conhecimento do valor do coefficiente differencial $\frac{dx}{dy}$ dado pela equação da curva".

Em seguida, o autor nos informara que, se desejarmos obter a equação da reta tangente à curva f(x,y) = 0, basta diferenciar esta equação, o que nos fornecerá:

$$(2)\ \frac{df}{dx}dx + \frac{df}{dy}dy = 0 \text{ ou } \frac{dy}{dx} = -\frac{df}{dx}\frac{dy}{df}$$

Substituindo (2) em (1), obteremos a equação: $\frac{df}{dx}(\alpha - x) + \frac{df}{dy}(\beta - y) = 0$. A seguir, o autor acrescentara o seguinte: "Para se obter a equação da tangente differencie-se a equação da curva, e substitua-se em lugar das differenciaes dx e dy, as differenciaes α-x e β-y ".

A seguir, o autor passara ao caso geral, quando se deseja obter a equação da reta tangente a uma curva, dada por f(x,y) = c, onde segundo ele, "c é uma variavel e susceptivel de qualquer valor". Após suas considerações, concluíra o autor com o seguinte.

"[...] Daqui se poderá concluir que para construir as rectas que, passando pelo ponto (α,β), toquem as curvas dadas pela f(x,y) = c, bastará construir a linha lugar da equação $\frac{df}{dx}(\alpha - x) + \frac{df}{dy}(\beta - y) = 0$ e depois unir ao ponto (α,β) cada um dos pontos em que esta linha encontrar as curvas a que se pretende as tangentes".

Na continuação, o autor apresentara dois exemplos, a saber, a curva de equação u+v+z = c, onde u, v, z são funções homogêneas de x, y de graus respectivamente m, m-1, m-2. O outro exemplo fora a circunferência de centro na origem dos eixos cartesianos, de raio r>0, dada por: $x^2 + y^2 = r^2$. À página 6, o autor escrevera o seguinte a respeito da primeira parte de seu trabalho.

"Na solução geral que acabamos de obter da questão fundamental da determinação da tangente, debaixo do ponto de vista que a temos considerado, suppõe-se sempre conhecido o ponto de contacto da recta com a curva; no entretanto a tangente póde ser determinada por muitas outras condições [...]"

Na segunda parte do trabalho o autor abordara os seguintes assuntos: Teoria das Curvaturas, do raio e do centro de Curvatura de uma Curva Plana. À página 7, o autor definira curvatura de um círculo como segue.

"Quando dous circulos passarem por um mesmo ponto e tiverem nesse ponto uma tangente comum, diz-se que tem maior curvatura aquelle cujo arco proximo do ponto de contacto mais se afasta da tangente: definida desta sorte a curvatura do circulo, passaremos à indagação de sua expressão analytica".

Atualmente definimos a curvatura de um círculo por: "A curvatura de um círculo em um ponto qualquer é o recíproco do raio e, portanto, é a mesma em todos os pontos". A seguir, o autor passara à demonstração do que seria um teorema, e obtivera o seguinte: $\frac{\Delta s}{\Delta t} = \pm \frac{1}{r}$, onde r é o raio do círculo, s o comprimento de um arco de círculo, t a inclinação da reta tangente em um determinado ponto. Na continuação, após algumas considerações, o autor obtivera a expressão: $\frac{dt}{ds} = \pm \frac{1}{\rho}$, que é a curvatura do círculo de raio ρ, $\frac{dt}{ds}$ a curvatura da curva em um ponto M. Acrescentara o autor que: " Nesse ponto M a curva tem uma curvatura que é igual à do círculo". Na continuação ele apresentara as definições de: raio de curvatura, centro de curvatura, círculo osculador. À página 11, o autor deduzira as expressões para a curvatura da curva e para o raio de seu círculo osculador. Porém, não nos informara se a equação da curva considerada fora tomada em coordenadas retangulares, na forma paramétrica ou em coordenadas polares. Informamos que a fórmula apresentada pelo autor, para a curvatura de uma curva, diz respeito à equação de uma curva dada por suas equações paramétricas.

À página 14, o autor voltara a exprimir, de outra forma, o raio de curvatura. Desta vez, através da expressão: $\rho = \lim \frac{i^2}{2\delta}$, onde i é um comprimento tomado de medida *infinitamente pequena*, δ uma certa distância considerada pelo autor.

Na continuação ele passara a fazer considerações com o objetivo de determinar as coordenadas (α,β) do centro de curvatura C, mas não o definira. O autor obtivera as seguintes expressões para as coordenadas:

$$\alpha - x = -\frac{y'(1+y'^2)}{y''} \text{ e } \beta - y = \frac{1+y'^2}{y''} \text{ .}$$

À página 27, o autor fizera algumas considerações sobre a evoluta e a involuta de uma curva. Neste caso ele definira ambas, porém não fizera a construção mecânica destas curvas planas. Tampouco citara algumas de suas propriedades. A segunda parte do trabalho fora finalizada com o seguinte exemplo; "Obter a equação da evoluta da ciclóide dada pelas equações: x= r(ω - senω); y= r(1- cosω)". Estas equações, após derivações e algumas transformações fornecem as equações:

α = r(ω + sen ω)
β = -r(1- cosω) ; que é outra ciclóide.

A exemplo da primeira parte da tese, nesta segunda parte o autor também não apresentara demonstrações novas, nem assuntos originais. Pois os assuntos tratados nesta segunda parte eram, à época, de amplo conhecimento da comunidade matemática internacional. Aliás, na década de 1850 os assuntos aqui abordados já estavam bem estruturados e bem definidos.

A terceira parte do trabalho diz respeito à Teoria dos Contatos das Curvas Planas. O autor iniciara esta parte definindo o contato de duas curvas planas. Ato contínuo ele considerara duas curvas planas de equações: y = f(x) e y = F(x), em coordenadas cartesianas e, após algumas considerações, passara a definir a ordem de contato destas curvas. Na continuação fizera referência ao círculo osculador à uma curva em um ponto, porém não definira círculo osculador. Por fim, poderíamos sintetizar esta terceira parte da tese, informando que nela, o autor procurara obter condições necessárias para determinar a ordem de contato de duas ou mais curvas planas. Assunto bem conhecido à época. Conjecturamos que o autor da tese não estava a par dos progressos matemáticos sobre os assuntos aqui abordados, e difundidos nos centros universitários europeus. Aliás, à página 39, finalizando o trabalho, ele escrevera.

> "[...] Igual benevolencia esperamos da parte de nossos leitores, certos de que apresentando este limitado trabalho tivemos unicamente em vista satisfazer o preceito da lei, para podermos obter o gráo a que aspiramos".

FRANCISCO DA COSTA ARAUJO E SILVA. TÍTULO DA TESE: D*ISSERTAÇÃO SOBRE O PARALLELISMO DAS LINHAS E SUPERFICIES CURVAS*. Typographia Nacional, Rio de Janeiro, 1855, 16 páginas. Tese defendida em Dezembro de1855 para obtenção do grau de doutor em Ciências Matemáticas. Escola Militar.

Trata-se de um trabalho expositivo, sem apresentação de demonstrações originais, no qual o autor expõe noções sobre paralelismo das curvas em um plano e o paralelismo de superfícies curvas. Inicialmente o autor apresentara a seguinte definição.

> "Se, por todos os pontos d'uma linha recta ou d'um plano, e d'um mesmo lado, se elevarem perpendiculares do mesmo comprimento, o lugar das extremidades superiores destas perpendiculares será, como se sabe, uma outra linha recta ou um outro plano, paralela à recta ou ao plano dado. Se igualmente, por todos os pontos d'uma curva ou d'uma superficie curva, se lhe elevarem, d'um mesmo lado, normaes do mesmo cumprimento, o lugar geometrico das extremidades superiores destas normaes será uma outra curva plana ou uma outra superfície curva que, por analogia, poderemos considerar como parallela à curva ou à superficie dada [...]"

Na continuação, o autor fizera considerações a respeito do seguinte: curva paralela a uma curva dada e que dista da curva de uma quantidade dada. A seguir, ele considerara uma curva no plano, de coordenadas x, y e considerara também o fato de que a curva que se deseja tenha para coordenadas t e u. Considerara ainda k o comprimento da parte das normais construídas entre as curvas em questão.

Em seguida, o autor considerara um ponto (x', y') da curva dada e o ponto (t', u') correspondente, da curva procurada. Seu objetivo fora obter as equações solução do problema em pauta. Na continuação, ele escrevera:

> "A equação da normal à primeira curva no ponto particular que se considera será: (x-x') + (y-y')$\frac{dy'}{dx'} = 0$; ora como o ponto (t', u') está sobre esta normal, e a uma distancia k de seu ponto de partida, deve-se ter ao mesmo tempo (t'- x') + (u'-

y')$\frac{dy'}{dx'} = 0$ e $(t'-x')^2 + (u'-y')^2 = k^2$ ou, supprimindo os accentos: (1) (t-x) + (u-y)$\frac{dy}{dx} = 0$ e (2) $(t-x)^2 + (u-y)^2 = k^2$, equações que resolvem o problema".

Na continuação, o autor apresentara o seguinte exemplo: Suponha que a reta dada, à qual se deseja obter uma paralela a uma distância k, tenha por equação $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$. Derivando em relação a x, obtém-se: $\frac{dy}{dx} = -\frac{b}{a}$, que substituindo-se na equação (1) , fica: (3) a(t-x) - b(u-y) = 0. A equação da reta dada pode ser escrita na forma (4) b(t-x) + a(u-y) = bt + au - ab. Das equações (3) e (4), obtém-se: $t - x = \frac{b(bt + au - ab)}{a^2 + b^2}$ e u-y = $\frac{a(bt + au - ab)}{a^2 + b^2}$, valores de t-x e u-y que substituídos na equação (2), fornecem a equação bt + au = ab$\pm k\sqrt{a^2 + b^2}$, que é a equação da reta desejada. A seguir, ele apresentara outro exemplo, a saber, uma circunferência de raio r, com centro na origem dos eixos cartesianos, de equação $x^2 + y^2 = r^2$. E escrevera.

"Teremos para a curva procurada $t^2 + u^2 = (r \pm k)^2$, equação d'um outro circulo, concentrico com o primeiro, e tendo um raio igual ao delle, augmentado ou diminuido do comprimento dado k".

O autor prosseguira em suas considerações e, fizera a seguinte observação.

"Vê-se que o paralelismo das rectas e o dos circulos são reciprocos, isto é que, se uma destas duas linhas for parallela a outra linha da mesma denominação, esta será igualmente parallela à primeira; mas nada prova, a priori, que deva acontecer o mesmo para todas as curvas, ao menos em geral [...]"

À página 7, escrevera o autor da obra.

"Eis aqui como se pode facilmente chegar a remover esta difficuldade [...] Defferenciando debaixo deste ponto de vista a equação (2), acha-se

$$(t-x)(\frac{dt}{dx} - 1) + (u-y)(\frac{du}{dx} - \frac{dy}{dx}) = 0 .$$

Eliminando t-x entre esta e a equação (1) u-y desaparecerá por si mesmo e virá, reduzindo $\frac{du}{dx} = \frac{dy}{dx}\frac{dt}{dx}$, donde $\frac{du}{dt} = \frac{dy}{dx}$; assim pois o parallelismo é geralmente reciproco para todas as curvas".

Observamos dentre outras coisas, que o autor não definira reta normal a uma superfície em um ponto. Define-se a reta normal a uma superfície em um ponto P como a reta perpendicular ao plano tangente nesse ponto P. Ato contínuo, o autor passara a deduzir as expressões que nos fornecem os raios de curvatura dos pontos correspondentes nas duas curvas. Assim , após deduções, ele obtivera: $r = \dfrac{\left(1+\left(\dfrac{dy}{dx}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}{\dfrac{d^2y}{dx^2}}$ e $\rho = \dfrac{\left(1+\left(\dfrac{du}{dt}\right)^2\right)^{\frac{3}{2}}}{\dfrac{d^2u}{dt^2}}$, onde r é o raio de curvatura para a curva de coordenadas x,y e ρ o raio de curvatura para a curva de coordenadas t, u. Por fim o autor obtivera $\rho = \gamma \mp k$. E escrevera: "[...] Donde é facil concluir que os pontos correspondentes de duas curvas parallelas tem o mesmo centro de curvatura".

Na continuação do trabalho o autor passara ao estudo dos comprimentos dos arcos correspondentes das duas curvas, a saber, da curva considerada e da curva paralela a ela. Logo em seguida ele abordara o assunto referente à medida da superfície compreendida entre os arcos correspondentes de duas curvas paralelas e as normais às suas extremidades. À página 13 ele escrevera o seguinte.

> "A area do trapezio mixtilineo comprehendido entre os arcos correspondentes de duas curvas paralelas e as normaes a suas extremidades é igual à area de um retangulo que, tendo por base o arco exterior, tivesse por altura a distancia constante entre as duas curvas, menos a area de um sector circular que, tendo seu centro no ponto de concurso das normaes extremas e sendo comprehendido entre estas normaes, tives- se seu raio igual a esta mesma distancia constante".

Na última parte do trabalho o autor estudara o paralelismo das superfícies. Ele considerara inicialmente uma superfície dada, de coordenadas x, y, z. A superfície que se deseja obter paralela à superfície dada, terá para coordenadas t, u, v. Sendo k o comprimento comum das normais às duas superfícies. Após algumas considerações ele obtivera: $(t-x)+(v-z)\dfrac{dz}{dx}=0$, $(u-y)+(v-z)\dfrac{dz}{dy}=0$, $(t-x)^2+(u-y)^2+(v-z)^2=k^2$, que apresentara como soluções do problema em pauta. Passara em seguida a dois exemplos, a saber, um plano de equação $\dfrac{x}{a}+\dfrac{y}{b}+\dfrac{z}{c}=1$, a uma distância k da superfície procurada. Sem maiores detalhes, o autor escrevera que a superfície paralela procurada terá por equação: bct +cau +abv = abc $\pm k\sqrt{b^2c^2+c^2a^2+a^2b^2}$. Para segundo exemplo, ele considerara uma superfície dada pela equação: $x^2+y^2+z^2=r^2$, e a seguir escrevera a equação, como sendo da equação da curva procurada, paralela à curva dada: $t^2+u^2+v^2=(r\pm k)^2$. E escrevera o seguinte: "O parallelismo é pois reciproco, para os planos e as esferas, e somos naturalmente conduzidos a indagar se acontece o mesmo a respeito de todas as superficies".

O autor finalizara com o seguinte teorema, sem demonstrá-lo.

> "Se as normaes a uma superficie curva, terminadas em uma outra superficie curva, forem do mesmo comprimento, serão igualmente normaes a esta; de sorte que as normaes a esta ultima, terminada na primeira, serão tambem do mesmo comprimento, e as duas superficies serão exacta e reciprocamente parallelas".

JOSÉ ANTONIO DA FONSECA LESSA. TÍTULO DA TESE: *O MOVIMENTO DOS PROJECTIS TANTO NO VACUO COMO NO AR*. Empreza typographica Dois de Dezembro, Rio de Janeiro, 1855, 28 páginas + 2 páginas com figuras. Tese defendida em Dezembro de 1855 para obtenção do grau de doutor em Ciências Matemáticas. Escola Militar.

Trata-se de um trabalho expositivo sobre Física, mas especificamente, sobre Balística. Nele, o autor limita-se a expor resultados sobre o movimento dos projeteis no ar e no vácuo, obtidos por Tartaglia, Galileo, Newton, Euler, Legendre, Lagrange, Poisson, dentre outros estudiosos do assunto. Portanto, o autor nada apresenta de novo sobre o tema.

Na introdução o autor fizera um apanhado histórico a respeito do assunto, focalizando os principais resultados sobre Balística obtidos por diversos autores. O trabalho fora dividido em duas partes, uma sobre a resistência do ar e outra sobre o movimento dos projeteis. Em ambas as partes, ele se limitara a transcrever resultados e tabelas obtidos por vários autores. Aliás, o autor escrevera o seguinte.

> "Não ha neste trabalho nada de essencial que propriamente nos pertença; com tudo julgamos haver estabelecido e coordenado com alguma clareza e simplicidade as principaes idéas dos melhores autores que consultamos sobre a materia: eis o que pudemos fazer [...]"

Por ser um trabalho muito fraco, uma cópia de resultados existentes sobre o assunto, conjecturamos que ele fora mais uma simples formalidade legal para que o autor pudesse receber o grau de doutor em Ciências Matemáticas. Como um observador atual, temos a impressão que a concessão do referido grau não fora levado a sério pelos responsáveis pela Escola Militar.

GABRIEL MILITÃO DE VILLA-NOVA MACHADO. TÍTULO DA TESE: *SOBRE MAXIMOS E MINIMOS*. Typographia Universal de Laermmert, Rio de Janeiro, 1855, 73 páginas + 1página com figuras. Tese defendida em Dezembro de 1855 para obtenção do grau de doutor em Ciências Matemáticas. Escola Militar.

Trata-se de um trabalho expositivo sobre os valores máximos e mínimos de funções reais de uma ou mais variáveis reais. O autor dividira o trabalho em duas partes. Na introdução ele fizera considerações filosóficas a respeito dos máximos e mínimos e se fixara nos valores máximos e mínimos para funções. Na introdução do trabalho o autor escrevera o seguinte.

> "Um maximo ou um minimo é sem duvida o maior ou o me nor de muitos seres semelhantes ou de mesma especie; de muitos effeitos de uma mesma ou de causas concurrentes; de muitas sensações, de muitos sucessos, de muitos acontecimentos, e, mathematicamente fallando, de muitos valores que uma quantidade pode ter [...]"

Ainda na introdução do trabalho o autor fizera um breve histórico a respeito da solução do problema de valores máximos e mínimos. Citara Fermat, suas idéias para determinar a trajetória da luz ao passar de um meio para outro. Citara também Newton, sua lei do quadrado da velocidade, mediante a qual fora resolvido o problema para determinar o sólido de revolução que experimentasse a menor resistência em um fluido resistente. Citara também resultados sobre o assunto e obtidos por Euler, Lagrange, dentre outros.

Na primeira parte do trabalho o autor abordara o problema de máximo e mínimo de funções reais a uma ou mais variáveis reais. Na segunda parte, ele abordara o problema geral de máximos e mínimos das integrais definidas. Contudo, devemos ressaltar que não há, no trabalho, resultados novos nem novas demonstrações de resultados já conhecidos. Informamos que à época, esta parte das Matemáticas , obtenção de máximos e mínimos absolutos e relativos, já estava teoricamente bem definido.

JOSÉ FRANCISCO DE CASTRO LEAL. TÍTULO DA TESE: *THEORIA GEOMETRICA DAS SOMBRAS*. Typographia Universal Laemmert, Rio de Janeiro, 1855, vii+51 páginas + 3 páginas com figuras. Tese defendida em Dezembro de 1855 para obtenção do grau de doutor em Ciências Matemáticas. Escola Militar.

Trata-se de um trabalho expositivo no qual o autor abordara assuntos conhecidos e sobre Desenho Geométrico e Geometria Descritiva. Não houvera contribuição original do autor sobre os assuntos tratados. Ele dividira o trabalho em duas partes, a saber, uma sobre a teoria geométrica das sombras e a outra sobre a determinação das sombras.

Na parte referente à teoria geométrica das sombras o autor descrevera as sombras, os pontos brilhantes e as linhas de igual gradação real e aparente. Na segunda parte do trabalho o autor abordara o método gráfico geral de solução do problema. Ainda na segunda parte ele abordara os seguintes problemas gerais: 1° - Dados o corpo luminoso e o corpo opaco, determinar a sombra destes e a sua contrasombra sobre qualquer superfície dada; 2° - Conhecida a parte iluminada da superfície do corpo opaco, determinar os pontos brilhantes e as curvas de igual gradação real e aparente para uma posição dada do olho do observador, suposto reduzido a um ponto único.

O autor concluíra o trabalho expondo os métodos gerais para a construção dos pontos brilhantes, das linhas de igual gradação real e aparente. Ele citara autores como Monge, Hachette, Le Roy, Vallé, dentre outros, que deram importantes contribuições para os assuntos em pauta.

THEODORO ANTONIO DE OLIVEIRA. TÍTULO DA TESE: *CONSIDERAÇÕES SOBRE O MOVIMENTO DAS MACHINAS LOCOMOTIVAS NOS CAMINHOS DE FERRO*. Typographia Universal de Laemmert, Rio de Janeiro, 1855, 38 páginas. Tese defendida em Dezembro de 1855 para obtenção do grau de doutor em Ciências Matemáticas. Escola Militar.

Trata-se de um trabalho expositivo, de pobre conteúdo e, sobre engenharia ferroviária. Não é um trabalho sobre Matemáticas. Como um observador atual somos de opinião que não deveria ter sido permitido que o candidato apresentasse um trabalho sobre engenharia ferroviária para obtenção do grau de doutor em Ciências Matemáticas. É verdade que o tema do trabalho refletira a preocupação e interesse de parte do segmento culto da sociedade brasileira, pelos transportes no país. Em sua apresentação escrevera o autor.

> "Tivemos de escrever uma these ou dissertação para que nos possa ser conferido o gráo de doutor em sciencias mathematicas [...] Por entre os muitos assumptos, que se nos offerecião a escolha, um se apresentava, que de primeira vista nos fixou a attenção. Tomamo-lo, como teriamos feito a qualquer outro, sem razão para a preferencia, a não ser aquella que deriva das suas relações com as necessidades mais urgentes dos povos: - vias de communicação. Não pudemos dar ao assumpto todo o desenvolvimento que exigia: - tempo nos faltava para isso, e ainda a somma de conhecimentos preciso para o fazer completamente".

Inicialmente o autor fizera um breve histórico a respeito dos transportes terrestres, marítimos e fluviais, fixando-se nas estradas de ferro. Ele dividira a história das máquinas locomotivas em quatro períodos, a saber, de 1802 a 1813; de 1813 a 1825; de 1825 a 1829; de 1829 a 1855. Não explicara os critérios adotados para esta divisão. Em seguida tecera considerações sobre as máquinas locomotivas, fazendo, na continuação breves comentários sobre as partes que as constituem. Após listar as forças de resistência ao movimento das máquinas locomotivas, passara a fazer considerações a respeito dos atritos, da resistência do ar, da influência dos declives, da influência das curvas de junção sobre o desempenho das máquinas locomotivas.

À página 34, o autor apresentara a seguinte definição para o efeito útil de uma máquina locomotiva.

> "Chama-se quantidade de acção de uma força a integral do produto do esforço exercido por essa força multiplicado pelo esforço percorrido pelo seu ponto de applicação no sentido da mesma força: $\int Fdf + C$ ".

Em seguida o autor distingue duas classes de forças em uma máquina qualquer, a saber, forças motrizes e forças resistentes. E, duduzira uma expressão para o efeito útil em uma ferrovia reta e horizontal. Terminara seu trabalho com o seguinte.

> "A brevidade com que somos chamados a apresentar este trabalho nos obriga a termina-lo aqui. Aos nossos illustres mestres pedimos desculpas para os erros e ommissões que nelle encontrarem".

BENTO JOSÉ RIBEIRO SOBRAGY. TÍTULO DA TESE: *DISSERTAÇÃO SOBRE A THEORIA DOS MOMENTOS DE INERCIA*. Typographia Imparcial, Rio de Janeiro, 1857, ii+32 páginas. Tese defendida em Setembro de 1857 para obtenção do grau de doutor em Ciências Matemáticas. Escola Militar.

Trata-se de um modesto trabalho expositivo sobre a Dinâmica, isto é, sobre os momentos de inércia de corpos. Na introdução o autor fizera um breve histórico sobre a Dinâmica, focalizando autores como Aristóteles, Arquimedes, Newton, Kepler, Galileo, Torriceli e Euler. À página 1, ele apresentara a seguinte definição.

> "Chama-se momento de inercia do corpo, relativamente ao eixo que se considera, a quantidade $\sum mr^2$ ".

À página 4, o autor abordara o cálculo do momento de inércia de um corpo em relação a uma reta dada. E, deduzira a fórmula, já conhecida, que permite calcular o momento de inércia de um corpo de massa m, que é a seguinte: $\iiint \rho\left(x^2+y^2\right)dxdydz$.

Para obtenção deste resultado o autor considerara o corpo dividido em paralelepípedos "infinitamente pequenos", tendo como sistema de eixos os eixos coordenados ortogonais. Nos dias atuais, para se deduzir a fórmula que nos permite calcular o momento de inércia de um corpo D, em rotação em torno de um eixo L e com velocidade angular ω, procede-se do seguinte modo: cada elemento de massa dm = ρdV, a uma distância r do eixo, terá velocidade escalar ωr. Logo, sua energia cinética será,

$$\frac{(\omega r)^2 dm}{2} = \frac{\omega^2 r^2 \rho dV}{2} \quad .$$

A energia cinética total devida à rotação será:

$$E_{cr} = \iiint_D \frac{\omega^2 r^2 \rho dV}{2} = \frac{\omega^2}{2}\iiint_D r^2 \rho dV \quad .$$

Esta última integral é considerada, por definição, o momento de inércia I do corpo em relação ao eixo L. Isto é, I = $\iiint_D r^2 \rho dV$.

À página 18, o autor fizera "algumas reflexões sobre consequências precedentes". A partir daí ele escrevera algumas propriedades, acrescentando o seguinte.

> "Os primeiros autores que tiverão occasião de se occupar com esta materia não considerarão o ellipsoide de inercia, do qual saltão como consequencias as importantes propriedades, que acabamos de enunciar, de que gozão os eixos principais. Ellas se deduzem muito facilmente da equação $L = A\cos^2\alpha + B\cos^2\beta + C\cos^2\gamma$ que elles todos conheciam, e que uma pequena transformação reduz, como sabe, a $1 = Ax^2 + By^2 + Cz^2$, equação do ellipsoide que consideramos".

Ao fazer a análise de algumas propriedades a respeito do elipsóide de inércia, o autor escrevera à página 20, o seguinte.

> " Esta ultima equação (isto é, $\cos\gamma = \pm\cos\alpha\sqrt{\frac{B-A}{C-B}}$ ou $z = \pm x\sqrt{\frac{B-A}{C-B}}$) como se vê, representa os dous planos que já conheciamos, e que determinão no ellipsoide as duas secções circulares de raio b. Ha pois como tinhamos annunciado uma infinidade de rectas em torno das quaes o momento de inercia sempre o mesmo é igual a B. Nesta serie infinita de rectas ha uma distincta de todas por sua posição especial, é a que resulta da intersecção dos dous planos, intersecção que se faz segundo o eixo dos y, terceiro eixo principal. Este eixo unico, pois, somente quanto sua posição, não communica ao momento de inercia que lhe é relativo a propriedade

de maximo ou minimo que ve rificou para os dous outros eixos principais. Tal é a analyse que conduz à estas propriedades que decorrem naturalmente do ellipsoide de inercia".

À página 25, o autor abordara a determinação das seguintes integrais: $\int xydm$, $\int xzdm$ e $\int yzdm$; que, diga-se de passagem, à época já eram conhecidas dos estudiosos do assunto. À página 28, ele estudara o caso da superfície formada por um feixe de retas passando pela origem dos eixos coordenados, relativamente às quais o momento de inércia do corpo tem sempre o mesmo valor L. A partir daí ele deduzira a seguinte equação de uma superfície, lugar geométrico de todas as retas em torno das quais o momento de inércia L é sempre o mesmo,

$$(L-A)x^2+(L-B)y^2+(L-C)z^2+2Dyx+2Exz+2Fyz=0 \ .$$

Por esta equação vemos que a superfície em questão é uma cônica de segunda ordem, cujo vértice ou centro coincide com a origem dos eixos coordenados.

O autor finalizara seu trabalho fazendo considerações a respeito da disposição da superfície cônica dos momentos de inércia, relativamente aos eixos coordenados, quando se supõe o momento de inércia L constantemente menor ou maior que o momento médio B. Aí, ele também fizera considerações a respeito da natureza da diretriz de uma superfície cônica. O autor não fizera, em momento algum de seu trabalho, referências profundas a respeito da Dinâmica.

MANOEL IGNACIO DE ANDRADE SOUTO-MAIOR PINTO COELHO. TÍTULO DA TESE: *ATTRACÇÃO DOS SPHEROIDES E EM PARTICULAR DA ATTRACÇÃO DOS ELLIPSOIDES*. Typographia Universal de Laemmert, Rio de Janeiro, 1858, 42 páginas. Tese defendida em 4 de Abril de 1858 para obtenção do grau de doutor em Ciências Matemáticas. Escola Central.

Trata-se de um trabalho expositivo no qual o autor apresentara um firme conhecimento dos assuntos abordados. Ele fizera até referências a séries convergentes, sem contudo, explicar o que ele entendia por série convergente. Deduzira fórmulas gerais para determinar as atrações dos esferóides, bem como para as atrações dos elipsóides. Devemos ressaltar que as fórmulas deduzidas, bem como os teoremas demonstrados no trabalho já eram, à época, bem conhecidos dos estudiosos do assunto.

Em verdade, trata-se de um trabalho sobre Física Matemática, no qual, a maior preocupação do autor fora o estudo da atração de corpos com uma certa massa m, com forma de elipsóide, esferóide e esfera. Devemos ressaltar que a ferramenta matemática utilizada pelo autor, a saber, derivadas e integrais, fora impecável. Manoel Ignacio demonstrara um bom domínio de: funções elípticas, série convergente, integração tripla etc. Visto superficialmente, o trabalho nos dá a impressão de estar restrito ao Cálculo Diferencial e Integral de funções reais de várias reais. Mas, esta é apenas uma primeira impressão, pois ele é um trabalho mais profundo.

Enfim, este fora um dos poucos trabalhos expositivos, porém sério, apresentados para obtenção do grau de doutor em Ciências Matemáticas durante o século passado.

Portanto, podemos conjecturar que, à época, seria possível desenvolver trabalhos matemáticos sérios em nosso país. E concluirmos que, se tivesse havido incentivo e estímulo à pesquisa científica, no Brasil da época, então poder-se-ia ter desenvolvido uma tradição de pesquisa matemática séria e continuada em nossa pátria.

MANOEL MONTEIRO DE BARROS JUNIOR. TÍTULO DA TESE: *DETERMINAÇÃO DAS ORBITAS DOS COMETAS*. Typographia Universal de Laemmert, Rio de Janeiro, 1858, 50 páginas. Tese defendida em 26 de Fevereiro de 1859 para obtenção do grau de doutor em Ciências Matemáticas. Escola Central.

Este é um trabalho expositivo, de fraco teor, sem apresentar enfoques originais, sobre Astronomia, e no qual o autor repetira os métodos obtidos por Lagrange e por Cauchy para a determinação das órbitas dos cometas. Na introdução do trabalho o autor fizera um resumo histórico a respeito dos cometas, destacando sua composição e sua órbita, a partir de estudos feitos pelos antigos caldeus e também por Seneca, Pitágoras, Aristóteles, Copérnico, Hiparco, Ptolomeu, Ticho Brahe, Kepler, I. Newton, Lagrange, Laplace, Halley, Cauchy, dentre outros.

O autor abordara o problema da determinação das órbitas dos cometas, usando para tal o método desenvolvido por Lagrange, bem como o método desenvolvido por Cauchy. À página 42, ele escrevera o seguinte.

> "O methodo de Cauchy presta-se com espantosa facilidade aos calculos numericos, quando as observações são feitas em épocas equidistantes [...] Não sabemos se este methodo foi alguma vez apllicado".

AMERICO MONTEIRO DE BARROS. TÍTULO DA TESE: *A DESCOBERTA DE NEWTON E SOBRE O PROBLEMA DE KEPLER*. Typographia Nacional, Rio de Janeiro, 1858, i+35 páginas + 1 página com figuras. Tese defendida em 24 de Abril de 1860 para obtenção do grau de doutor em Ciências Matemáticas. Escola Central.

Trata-se de um trabalho expositivo sobre Astronomia no qual o autor apenas transcrevera resultados já obtidos por cientistas europeus. Portanto, não há novidades, nem demonstrações originais dos assuntos abordados. Devemos registrar que a defesa fora assistida pelo Imperador D. Pedro II, que aliás, tinha particular interesse pelos assuntos abordados pelo autor. Em verdade, o trabalho, bem como sua aceitação como tese para obtenção do grau de doutor em Ciências Matemáticas, refletem o tipo de sistema educacional vigente no país de então.

BRASILIO DA SILVA BARAÚNA. TÍTULO DA TESE: *ESTUDO CINETHMICO DA ROTAÇÃO DOS CORPOS*. Typographia Imparcial de J. M. Nunes Garcia, Rio de Janeiro, 1859, ii+16 páginas + 1 página com figuras. Tese defendida em 24 de Abril de 1860 para obtenção do grau de doutor em Ciências Matemáticas. Escola Central.

Este é um trabalho expositivo, sobre Mecânica, no qual o autor não apresentara novidades sobre a Mecânica da época, tampouco o autor apresentara demonstrações originais dos assuntos abordados. Aliás, no prefácio o autor escrevera o seguinte.

> "[...] Não me encarreguei de fazer a exibição de uma theoria puramente nova pois que a deficiencia dos conhecimentos e a carencia de talento se anteporião, e

aniquilarião seo merecimento scientifico; foi portanto subordinado inteiramente a essa convicção, e mais que tudo, cedendo ao grande desejo de obter a maior honra scientifica, que não poupei o menor esforço em ordenar, como me foi possivel, as ideias bebidas nos tratados dos homens eminentes, juntando uma ou outra suggerida no decurso do trabalho. Não tenho a louca pretensão de crear theorias [...]"

Ele também citara, no prefácio, trabalhos de Euler, d'Alembert e Lagrange, nos quais se inspirara para escrever a tese. Neste trabalho observamos claramente uma característica social importante para a elite intelectual brasileira da época, que fora o desejo de obtenção do grau de doutor, título acadêmico de alta importância e alto valor no seio do segmento culto da sociedade de então.

AGOSTINHO VICTOR DE BORJA CASTRO. TÍTULO DA TESE: *O PRINCIPIO DAS VELOCIDADES VIRTUAES NO EQUILIBRIO DOS SYSTEMAS*. Typographia Universal de Laemmert, Rio de Janeiro, 1858, 39 páginas. Tese defendida em 6 de Setembro de 1861 para obtenção do grau de doutor em Ciências Matemáticas. Escola Central.

Trata-se de um trabalho expositivo sobre Física Matemática, e dividido em dois capítulos. Na introdução da tese, o autor fizera um resumo histórico-filosófico sobre o estado das ciências. Assim, ele citara autores como Bacon, Carnot, Galileu Galilei, J. Bernoulli, Lagrange, Euler, Olinda Rodrigues, dentre outros.

À página 4, o autor fizera a seguinte referência a respeito de algumas fórmulas para a determinação da posição do eixo em torno do qual gira um determinado corpo em um tempo finito.

> "Euler, na memoria já citada, demonstra analyticamente que em todo movimento infinnitamente pequeno de um corpo solido, quando suppõe fixo o seu centro de gravidade, sempre haverão além deste ponto, outros destituidos de todo o movimento, situados sobre uma recta que passa pelo centro fixo, e em torno da qual effectivamente se dá um movimento de rotação. Annos depois, reconsiderando a mesma questão, apresenta uma demonstração geometrica, que pode ser estendida aos movimentos discontinuos, cujos eixos de rotação mudão por angulos finitos no fim de tempos tambem finitos; nesta occasião declara que a demonstração analytica levaria a calculos mui extensos. Em 1840, no Jornal de Mathematicas de Liouville[3], apresenta Olinda Rodrigues formulas proprias para a determinação da posição do eixo em torno da qual effectivamente gyra o corpo no fim de tempos finitos; porem ainda é levado a calculos alguma cousa estensos. Deduzimos estas formulas por processo que nos parece elegante. Não sei que pessoa alguma tenha dellas tratado depois de Olinda Rodrigues".

No Capítulo I, ao abordar o princípio das velocidades virtuais, à página 12, ele assim definira.

---

[3] O título correto da revista: "Journal de Mathématiques Pures et Appliquées", também conhecido por Jornal de Liouville, por ter sido o matemático francês Joseph Liouville(1809-1899) seu fundador e durante muitos anos seu editor.

"[...] Devendo-se entender por velocidades virtuaes as que cada ponto deveria tomar immediatamente no primeiro instante depois daquelle em que se suppõe o equilibrio desarranjado por um motivo qualquer".

Ainda neste capítulo o autor deduzira algumas fórmulas relativas ao assunto, porém todas já conhecidas da comunidade científica. Porém, ele nos informara que faria demonstrações originais de alguns temas abordados neste capítulo.

No Capítulo II, o autor abordara os seguintes assuntos: equilíbrio geral de um sistema de pontos materiais; equilíbrio de um sistema tendente ao movimento de translação; equilíbrio de um sistema tendente ao movimento de rotação. Ato contínuo ele deduzira algumas fórmulas relativas aos temas aqui tratados, porém não informara que faria demonstrações originais sobre os temas já conhecidos da comunidade científica internacional.

Devemos registrar com satisfação o fato de que o autor citara em seu trabalho um dos mais prestigiados periódicos sobre Matemática, a saber, o Jornal de Liouville. Este fato nos sinaliza que no pobre ambiente científico brasileiro da época, havia pessoas interessadas no estudo sério daquela ciência. O trabalho em si refletira a ausência de um meio acadêmico que abrigasse a atividade científica séria continuada.

MIGUEL VIEIRA FERREIRA. Não nos fora possível obter o título da tese. Sabemos apenas que o trabalho fora impresso na Typographia Popular de Azeredo Leite, na cidade do Rio de Janeiro, em 1862, com v+14 páginas. A tese fora defendida em 17 de Outubro de 1863 para obtenção do grau de doutor em Ciências Físicas e Matemáticas. Escola Central.

Trata-se de um trabalho expositivo, de fraca qualidade, o qual está dividido em duas partes, a saber, a primeira que o autor denominara de These Mathematica e, a segunda de apenas uma página, que ele denominara de These de Sciencias Physicas.

A primeira parte abordara, em verdade, assuntos sobre Física Matemática. Nela, o autor tratara dos seguintes assuntos: os movimentos dos planetas Júpiter e Saturno, bem como de qualquer outro sistema dual de planetas; a determinação da curva, lugar geométrico dos pontos igualmente atraídos dos dois planetas; a discussão dessa curva e finalmente, a determinação das circunstâncias do movimento de um ponto material sujeito a descrever a curva em pauta.

No desenvolvimento desta primeira parte do trabalho, o autor determinara o lugar geométrico de todos os pontos igualmente atraídos e, com intensidade máxima, por dois corpos que se movem em torno de um centro fixo obedecendo as leis de Kepler. Ato contínuo, ele discutira a natureza da curva formada pela união de todos os pontos considerados. A seguir, supondo que um determinado ponto percorra este lugar geométrico e estando sujeito à ação das forças de atração dos dois corpos, ele discutira as circunstâncias do movimento deste ponto. Todas as hipóteses foram feitas para os casos particulares de órbitas circulares descritas pelos corpos e pertencentes ao mesmo plano. Ele considerara os corpos estudados com massas iguais em alguns casos e, em outros, os corpos com massas desiguais.

O autor nos informara que, por questão de comodidade, considerara, na questão de movimentos, o caso de dois corpos quaisquer, e não o caso de dois planetas pertencentes ao sistema solar. Acrescentara que, assim fazendo, evitaria o caso das perturbações planetárias que, segundo ele, seria uma questão complexa. Aliás, Joaquim Gomes de Sousa abordara, em sua tese, o caso das perturbações planetárias.

A segunda parte do trabalho, de apenas uma página, diz respeito ao seguinte: examinar quais as vantagens ou inconvenientes do sistema de equivalentes químicos de Gerhardt sobre o sistema ordinário seguido. Ato contínuo, o autor citara dez proposições referentes ao assunto. A título de exemplo, citaremos a primeira delas. "Não se pode provar que as formulas chimicas demonstrem a constituição dos corpos".

Finalizando o trabalho, o autor reclamara do prazo de cinco meses que tivera para escrever a tese e defendê-la. Mais uma vez detectamos, por meio deste trabalho, a falta de seriedade como fora considerada pelas autoridades competentes, a concessão do grau de doutor em Ciências Matemáticas ou em Ciências Físicas e Matemáticas, no Brasil de então.

ARISTIDES GALVÃO DE QUEIROZ. Não nos fora possível obter o título da tese. Typographia Universal de Laemmert, Rio de Janeiro, 1868, 69 páginas. Tese defendida em 21 de Maio de 1870 para obtenção do grau de doutor em Ciências Físicas e Matemáticas. Escola Central.

Trata-se de um trabalho expositivo, de inspiração positivista comtiana, relativo à propagação do som. O trabalho fora dividido em duas partes. Na primeira parte o autor abordara os princípios gerais da Mecânica e, tivera como objetivo central fazer uma demonstração sintética dos três seguintes princípios: princípio da inércia, que fora estabelecido por Kepler; princípio da independência dos movimentos, que fora estabelecido por Galileu Galilei; princípio da igualdade da ação à reação, estabelecido por I. Newton. Nesta primeira parte, o autor estudara os seguintes assuntos: equações gerais do movimento, princípio da conservação da quantidade total de movimento, princípio geral da conservação do movimento do centro de gravidade, princípio geral da conservação das áreas, princípio geral da periodicidade e da conservação das forças vivas, princípio geral da menor ação, princípio geral da superposição dos pequenos movimentos. Em seguida o autor deduzira fórmulas sobre os assuntos citados, porém todas elas já obtidas por matemáticos como Laplace, Lagrange, d'Alembert, dentre outros.

Na segunda parte do trabalho, o autor demonstrara a lei de propagação do som na atmosfera terrestre supondo a gravidade constante e a temperatura decrescente na razão inversa das alturas. Nesta parte do trabalho ele citara resultados obtidos por I. Newton, Lagrange, Poisson, dentre outros.

Enfim, o autor não apresentara resultados novos, nem enfoques originais dos assuntos tratados. Aliás, assuntos bem conhecidos da comunidade científica internacional da época.

ANTONIO DE PAULA FREITAS. Não nos fora possível obter o título da tese. Também não há indicação da tipografia que a imprimiu. Rio de Janeiro, 1869, 137 páginas. Tese defendida em 21 de Maio de 1870 para obtenção do grau de doutor em Ciências Físicas e Matemáticas. Escola Central.

Trata-se de um trabalho expositivo sobre Física. Fora dividido em duas partes. Na primeira parte o autor demonstrara o teorema das velocidades virtuais sem dependência da consideração dos infinitamente pequenos e, ainda, quais são os princípios fundamentais da mecânica reduzidos ao menor número possível. Portanto, o autor abordara, nesta primeira parte, os seguintes assuntos: sistemas materiais invariáveis, sistemas materiais variáveis, princípios fundamentais da mecânica reduzidos ao menor número possível. Citara autores que contribuiram para estes temas, tais como: Arquimedes, Galileu Galilei, Kepler, I. Newton, d'Alembert, Lagrange. Ainda nesta primeira parte do trabalho, o autor, além de efetuar deduções de fórmulas a respeito do que fora estudado, fizera também considerações filosóficas sobre os temas tratados.

Na segunda parte do trabalho o autor abordara o seguinte: qual a hipótese que melhor explica a formação primitiva da Terra; o exame da teoria de Laplace. Após expor algumas idéias sobre o assunto e devidas a Cardan, Palissy, W. Whinston, Copérnico, Ticho Brahe, Galileu Galilei, Kepler, Descartes, Buffon, dentre outros, o autor examinara, a partir da página 89, a teoria apresentada por Laplace a respeito da origem do sistema solar. Neste contexto ele refizera algumas deduções matemáticas feitas por Laplace a respeito de sua teoria. No desenvolver do trabalho, o autor apresentara várias notas de rodapé contendo informações a respeito de obras dos autores citados.

JOSÉ MARTINS DA SILVA. Não nos fora possível obter o título da tese. Typographia do Imperial Instituto Artistico, Rio de Janeiro, 1869, 47 páginas. Tese defendida em 21 de maio de 1870 para obtenção do grau de doutor em Ciências Físicas e Matemáticas. Escola Central.

Trabalho expositivo sobre a Física e parte da Botânica, de inspiração positivista comtiana. Fora dividido em duas partes, uma sobre fluidos gasosos e outra sobre assuntos da Botânica.

Na primeira parte o autor abordara as circunstâncias do movimento de um fluido gasoso que escapa de um vaso. Após algumas considerações a respeito dos fluidos gasosos e das leis que regem os fenômenos dinâmicos, o autor refizera deduções de expressões matemáticas relativas ao assunto. Aqui também apresentara tabelas relativas a experimentos sobre o escapamento de gases de um determinado vaso. Tabelas obtidas pelo sueco Lagerhgelm. Finalmente, depois de citar resultados sobre o assunto e obtidos por Carnot, Lagrange, Poisson, Navier, dentre outros, o autor concluíra esta parte citando trechos de uma obra de A. Comte e referente a hidrodinâmica.

Na segunda parte do trabalho ele explicara o sono, o movimento das plantas, bem como a simetria orgânica vegetal segundo o ponto de vista de autores como: Garcias de Horto, Valerius Cordus, Ratchinsky, dentre outros.

PHILIPPE HIPPOLITE ACHÉ. TÍTULO DA TESE: *DEMONSTRAR QUAES OS PRINCIPIOS A ANALYSE, REDUZINDO-OS AO MENOS POSSIVEL*. Trabalho manuscrito, Rio de Janeiro, Dezembro de 1862, iii+13 páginas. Tese defendida em 26 de Fevereiro de 1872 para obtenção do grau de doutor em Ciências Físicas e Matemáticas. Escola Central.

Trabalho em forma de discurso, destituído de novidades, de inspiração positivista comtiana. O autor o dividira em duas partes, a primeira sobre Matemáticas e a segunda parte sobre Ciências Físicas. Na primeira parte, o objetivo do autor fora demonstrar os princípios da Análise Matemática. Percebemos porém, que esta parte não passara de uma fraca indicação das partes essenciais da Análise. O autor escrevera à página 1.

> "[...] Demonstrar os principios da Analyse é indicar as bases essenciais desta immensa alavanca do espirito humano. Não nos illudimos sobre as difficuldades com que temos de lutar, encetando um trabalho que não nos consta ter sido regularmente feito até agora".

A seguir, o autor fizera considerações a respeito do sentido "mais amplo" da palavra análise. Segundo ele, " Tirada do grego $\alpha\nu\alpha\lambda\iota\sigma\varepsilon$ quer dizer redução d'uma cousa às suas partes componentes ou elementares [...]". Citara o que A. Comte dissera a respeito da Análise Matemática e contido em sua obra *Cours de Philosophie Positive*. Na continuação, o autor escrevera o seguinte a respeito do pensamento de Comte.

> "Tal appreciação dá-nos a conhecer a excellencia d'uma sciencia cujo dominio alcança o Universo inteiro: A natureza com effeito, deixaria de ter segredos para nós, a creação inteira seria por nós explicada, se podessemos achar e resolver a equação a que a Analyse Mathematica nos permitte reduzir qualquer phenomeno natural [...]"

Na continuação, após fazer divagações filosóficas sobre a Análise Matemática, o autor citara Deus, Pitágoras, Descartes, Ptolomeu, I. Newton, Leibniz, Fourier, Comte, Cauchy, dentre outros. À página 3, ele escrevera o seguinte.

> "Cauchy parece-me o unico que fes um verdadeiro curso de Analyse, por tel-a considerado como base essencial de todas as mathematicas, o que ella é [...] Cauchy, porem só publicou, que eu saiba, a primeira parte de seus trabalhos, que dividiu em Analyse Algebrica e Analyse Transcendente. Sem com tudo seguir-mos as pisadas delle, pois a obrigação de reduzir ao menor numero possivel os principios da Analyse, impõe-nos o dever de affastar-nos de todo e qualquer autor, julgamos dever adoptar esta ideia, e considerando os principios fundamentaes da Analyse como a reunião das ideias primarias em que se baseão todas as mathematicas, reunimos a oito esses principios, a saber: Principio da continuidade das funções. Principio dos signaes, com relação às quantidades que se considerão em sentidos oppostos. Prin-cipio de homogeneidade. Principio dos infinitamente pequenos. Principio da inercia. Principio da acção e da reacção. Principio da coexistencia ou independencia dos movimentos".

A respeito do "Princípio da Continuidade das Funções", o autor escrevera à página 4.

> "Este principio, ennunciado em sua maior generalidade, consiste no seguinte: Toda e qualquer função de uma ou mais variaveis pode passar sucessivamente por todos os estados de grandeza; ou por outros termos, dado um valor de uma função pode sempre achar para as variaveis valores taes, que um não diffira de outro que lhe seja immediato senão de uma grandeza menor do que qualquer grandeza determinada. Este principio não pode ser demonstrado rigorosamente à priori, senão para as funções inteiras; mas se considerarmos qualquer função como a expressão algebrica da Lei que rege um phenomeno natural, sem com tudo deixar de crer à existencia de funções discontinuas, poderemos admitir esta Lei de continuidade das funções. Com effeito na ordem physica dos seres naturaes não exige transição alguma repentina, o que explicarão os antigos dizendo: Natura non facit saltum; portanto nas mathematicas, onde só tratamos de applicar a analyse dos phenomenos

> naturaes, só consideraremos funções continuas, condição aliás necessaria para a demonstração dos elementos de todos os ramos das Mathematicas".

Ato contínuo o autor não explicara o que entendera por função, função inteira, função contínua, função descontínua. Conceitos bem definidos à época. A seguir, ele fizera algumas considerações a respeito do "Princípio dos Signaes", atribuindo sua descoberta a Descartes. Mas, em seguida dissera que o mesmo fora demonstrado por Jacob na obra Geometria Analítica. Na continuação o autor fizera considerações a respeito do "Princípio da Homogeneidade". Fizera considerações sobre os termos de mesmo grau e de graus distintos de uma equação algébrica. À página 6, ele escrevera.

> "[...] Supponhamos, por exemplo, que na expressão analytica d'um phenomeno geometrico, trate-se ao mesmo tempo de linhas, areas, volumes: será preciso que, quando a unidade de linha for multiplicada por m, a das areas o seja por m^2 , a dos volumes por m^3 ; e se a equação for algebrica, avaliar-se-ha o grão de cada termo dobrando os expoentes dos factores correspondentes a area e triplicando os expoentes dos factores correspondentes a volumes. Eis o principio da homogeneidade na sua absoluta generalidade, principio de immensas applicações analyticas; que deu origem ao methodo tão emminentemente analytico dos coeficientes indeterminados, e do qual deixamos de tratar por se achar desenvolvido em qualquer tratado de Elementos de Analyse".

Em suas considerações a respeito do "Princípio dos Infinitamente Pequenos", o autor escrevera sobre o "cálculo dos infitamente pequenos e sobre o método das "fluxões e dos fluentes". Na continuação, ele fizera referências sobre algumas idéias de Lagrange a respeito de um método misto, segundo ele, obtido com os resultados obtidos por Leibniz e por I. Newton, chamado de "Calculo das funcções derivadas e das funcções primitivas". A respeito das idéias de Lagrange, o autor escrevera à página 7.

> "[...] Noções tão difficeis de ser comprehendidas pela intelligencia humana. [...] Os dous principios, base da theoria de Lagrange, formão um circulo vicioso e não tem a generalidade conveniente. Estabellece com effeito Lagrange como evidente que f(x+h), pode sempre desenvolver segundo as potencias inteiras de h, e depois que pode-se escrever f(x+h) = f(x) + Ph, sendo P uma função de x e de h que não se torna infinita quando x = 0, porque de modo não existirão identidades quando h fosse nullo. O primeiro destes principios é falso, porque nada impede a entrada de expoentes fracionarios na serie, com tanto que viessem a compensar-se os valores dos radicais assim introduzidos, o segundo só é verificado a fortiori. Alem disso nenhum desses principios dá significação absoluta e independente às funcções derivadas $f'(x), f''(x)$, sobre que repousa, segundo o proprio Lagrange, toda a possibilidade do calculo differencial e integral e não são na realidade mais que o nome dado a certos processos empregados para determinar as equações de que se retirão os valores, dessas funcções".

Em seguida, o autor se fixara sobre o "Método das Fluxões e dos Fluentes", desenvolvido por I. Newton, também conhecido à época, por "Método dos Limites".

Também tecera algumas considerações sobre o método desenvolvido por Leibniz para obtenção da derivada de uma função. E, passara a descrever os métodos obtidos pelos dois autores acima citados.

O autor não estava atualizado, em 1862, com o desenvolvimento das Matemáticas, quarenta anos depois que Cauchy introduzira o rigor no Cálculo Diferencial e Integral, com o uso dos ε e dos δ, pois escrevera uma tese de doutorado em Matemática, utilizando as arcaicas idéias de Newton e, desprezando ou ignorando os avanços introduzidos na Análise, por Dirichlet, Weierstrass e Riemann.

Na segunda parte do trabalho, que consta de apenas uma página, o autor se limitara a citar oito princípios da Física. Como exemplo, citaremos um deles, a saber, *O que chamamos de electricidade é a apparencia dos phenomenos naturaes produzida pelo movimento das moleculas materiaes dos corpos a que chamamos electrisados*.

EZEQUIEL CORREA DOS SANTOS JUNIOR. TÍTULO DA TESE: *MOVIMENTO DOS CORPOS CELESTES EM TORNO DE SEUS PROPRIOS CENTROS DE GRAVIDADE (DA TERRA, DA LUA E DOS ANNEIS DE SATURNO)*. Não há indicação da tipografia que imprimira o trabalho. Rio de Janeiro, 1877, 72 páginas. Tese defendida em 13 se Abril de 1878 para obtenção do grau de doutor em Ciências Físicas e Matemáticas. Escola Politécnica.

Trata-se de um fraco trabalho expositivo sobre Física Matemática. Tudo que o autor abordara já se encontrava bem exposto em livros didáticos sobre o assunto. O trabalho fora dividido em quatro partes. Em sua introdução o autor escrevera o seguinte.

> "Animados da convicção de que o bom desempenho da presente tarefa não poderia exigir a exhibição de uma theoria nova, a que se opporião os fracos recursos intellectuaes de que dispômos, procuramos simplesmente neste trabalho ordenar as ideias bebidas nos tratados dos differentes autores [...]"

Na primeira parte, ele citara A. Comte em sua obra "Mecânica Celeste", na parte que trata das equações que representam os movimentos dos corpos celestes. Em seguida, o autor informara que apresentará a solução desse problema dada por Louis Poinsot e contida no trabalho *Théorie Nouvelle de la Rotation des Corps*, publicado in "Journal de Mathématiques", 1834. Ato contínuo, o autor deduzira as equações diferenciais, em número de seis, relativas ao assunto e, citara alguns teoremas sobre o assunto. Concluíra a primeira parte do trabalho citando as fórmulas gerais do movimento de rotação do centro de gravidade.

Na segunda parte do trabalho o autor abordara o movimento da Terra em torno de seu próprio centro de gravidade. Deduzira as equações do movimento de rotação da Terra, apresentara o teorema da permanência da posição dos pólos na superfície da Terra e da velocidade de rotação. Concluíra esta parte apresentando as fórmulas da precessão e nutação (casos da eclíptica fixa e da eclíptica verdadeira).

A terceira parte da tese fora dedicada ao movimento da Lua em torno de seu próprio centro de gravidade, do movimento dos pontos equinociais e inclinação do equador lunar sobre a eclíptica.

Na quarta parte do trabalho o autor abordara o movimento dos anéis do planeta Saturno em torno de seus próprios centros de gravidade. No decorrer do trabalho o autor citara obras de Comte, Laplace, Lagrange, Poisson, Newton, Kepler, d'Alembert, Euler, Poinsot, dentre outros.

THEODORO AUGUSTO RAMOS. Graduara-se em engenharia civil, em 1917, pela Escola Politécnica do Rio de Janeiro. Em 25 de Junho de 1918, Theodoro Ramos obtivera o grau de doutor em Ciências Físicas e Matemáticas, ao defender, aos 23 anos de idade, sua tese intitulada *Sobre as Funções de Variáveis Reais*. Naquele mesmo ano conseguira uma posição acadêmica na Escola Politécnica de São Paulo. A partir de 1918 fixara residência na cidade de São Paulo. Na instituição paulista, além de lecionar a disciplina *Mecânica Racional*, fora Professor Catedrático da cadeira *Vetores, Geometria Analítica. Geometria Projetiva e Aplicação à Nomografia*. Posteriormente, fora nomeado vice-diretor da Escola Politécnica, cargo que não assumira por desistir da nomeação. Fora membro da Academia Brasileira de Ciências, na qual tomara posse em 29 de Novembro de 1918. Auxiliara a Comissão Organizadora para fundar a Universidade de São Paulo em 1934. Publicara trabalhos científicos em Análise, Geometria, Física Matemática, Engenharia etc. Fora convidado por Julio de Mesquita Filho, Presidente da Comissão Organizadora que criara a USP, para lecionar na FFCL, porém não aceitara o convite dizendo que *não estava preparado para ser professor em uma universidade*.

Comissionado pelo então governador do Estado de São Paulo, Armando Salles Oliveira(1887-1945), Theodoro Ramos viajara para o velho continente com a missão de contratar bons professores para a Faculdade de Filosofia, Ciências e Letras da USP. Dessa forma, a partir de 1934 vieram para a FFCL renomados mestres do meio acadêmico europeu, tais como: Ernest Breslau, Heinrich Rheinboldt, Felix Rawistscher, Emile Coornaert, Roberto Garric, Ettiene Borne, Luigi Fantappiè, Gleb Whatagin, Fernand Braudel, Paul Arbousse-Bastide, Claude Lévy-Strauss, dentre outros.

Theodoro Ramos fora um dos brilhantes matemáticos brasileiros e o mais produtivo de sua geração. Sempre estivera atualizado com as áreas das Matemáticas de seu interesse. Fizera parte do grupo de cientistas brasileiros que combatera a influência da ideologia positivista de A. Comte (1798-1857) sobre a elite intelectual brasileira. O ciclo de ruptura dessa influência fora iniciado, em 1898, por Otto de Alencar Silva (1874-1912), que fora aluno e professor da Escola Politécnica do Rio de Janeiro[4].

Ao ministrar disciplinas (cadeiras) no curso básico da Escola Politécnica de São Paulo, Theodoro Ramos além de introduzir a parte conceitual da teoria nos tópicos abordados (fato não usual no ensino das Matemáticas no Brasil da época), passara também a esclarecer seus alunos a respeito do estado estacionário que se encontrava o ensino e desenvolvimento das Matemáticas no país. Informando-lhes que estavam sendo omitidos os importantes conceitos e definições basilares das Matemáticas, sem o que a construção do belo edifício (o ensino e desenvolvimento das Matemáticas no país) não passaria do primeiro piso[5].

Theodoro Ramos, homem de consciência científica, não se isolara em São Paulo. Mantivera contactos pessoais e por correspondência, com vários cientistas brasileiros e europeus, pois ele sabia que a melhor forma de consolidar e difundir idéias e discutir pontos

---

[4] Cf. Pereira da Silva, C., in "Otto de Alencar Silva versus Auguste Comte", LLULL, vol. 18, 1995, pp. 167-181.

[5] Cf. T. Ramos in "Estudos", São Paulo, Escolas Profissionais do Liceu Coração de Jesus, 1933, p. 16.

de vista seria e, continua sendo, por meio do contacto pessoal e da troca de correspondências. Falecera precocemente, em 1935, na cidade de São Paulo.

TÍTULO DA TESE: *SOBRE AS FUNÇÕES DE VARIÁVEIS REAIS*. Secção de obras de "O Estado de São Paulo", São Paulo, 1918, 111 páginas. Tese defendida em 25 de Junho de 1918 para obtenção do grau de doutor em Ciências Físicas e Matemáticas. Escola Politécnica do Rio de Janeiro.

Trata-se de importante trabalho e que introduzira no Brasil a Análise Matemática moderna. Um dos objetivos do autor fora mostrar como se baseava, de modo natural, a teoria das funções de variáveis reais sobre a simples noção de polinômios. A idéia central do autor fora considerar as funções de uma variável real como limite de sucessões convergentes de polinômios em um intervalo.

Fora nas variáveis reais que os matemáticos reconheceram, pela primeira vez, a necessidade da existência de uma teoria rigorosa do sistema numérico da Análise. Assim sendo, a reconstrução do sistema de números reais feita por K. Weierstrass na década de 1860 e, depois J. W. R. Dedekind e G. Cantor na década de 1870, conduzira, nas últimas décadas do século XIX, a uma reavaliação de toda a Análise Matemática e já no século XX, a uma profunda revisão da natureza de todo o raciocínio matemático. Estes fatos iniciaram um dos exames mais profundos, já realizados nas ciências, em todo o raciocínio dedutivo. Neste contexto, a teoria das funções de variáveis reais adquirira, a partir da década de 1870, um interesse cada vez maior por parte dos matemáticos. No final do século XIX e início do século XX, a teoria das funções de variáveis reais tivera extraordinário desenvolvimento. H. Lebesgue, H. Poincaré, R. Baire, F.E.J.E. Borel, com seus trabalhos, iniciaram uma nova etapa para a Análise Real.

Na introdução do trabalho, o autor nos informara que faria seu estudo baseado nos conjuntos concretos cujos elementos são os números. Ato contínuo ele apresentara algumas definições, a título de recordação do assunto a ser tratado. Relembramos que as definições apresentadas pelo autor fazem parte das atuais definições da Análise Matemática, o que nos mostra a atualização do autor com respeito ao desenvolvimento da Matemática de sua época.

Na primeira parte do trabalho, Theodoro Ramos estudara as funções de uma variável real e a representação de funções somáveis de uma variável real por meio da integral de Weierstrass. Nesta parte, ele estudara as funções contínuas no sentido de Cauchy, isto é, da definição dada por Cauchy. Em seguida, apresentara sua própria definição de função contínua, que fora a seguinte: *Seja f(x) uma função definida no intervalo aberto (a,b). Diremos que f(x) é contínua no intervalo (a,b) quando existe uma sucessão de polinômios* $\left[P_n(x)\right]$ *convergindo uniformemente para f(x) em todos os pontos deste intervalo. Nestas condições, sendo dado o número positivo ε, por menor que seja, pode-se achar um número r tal que se tenha* $\left|f(x)-P_n(x)\right|<\varepsilon$ *para todos os valores de n superiores a r, e para todos os pontos de (a,b)*. Na continuação, o autor afirmara que, se uma função é contínua pela definição dada acima, então também é continua no sentido da definição dada por Cauchy. A título de ilustração, para que o leitor possa fazer uma comparação, apresentaremos a definição de função contínua dada por Cauchy na década de 1820, que fora a seguinte: *Uma função f(x) é contínua entre os limites dados se entre esses limites um incremento infinitamente pequeno i da variável x produz sempre um incremento infinitamente pequeno f(x+i) - f(x) da própria função*. Observamos que esta definição é muito parecida com a definição de continuidade usada atualmente, se levarmos em consideração a própria definição dada por Cauchy para quantidades infinitamente pequenas em termos de limites[6].

Logo a seguir, o autor acrescentara o seguinte.

> "Para que seja cabalmente justificada a definição acima dada de continuidade, é necessário demonstrar um theorema recíproco: se f(x), no intervalo (a,b), é contínua no sentido de Cauchy, existe uma sucessão de polinômios convergindo uniformemente para f(x) em todos os pontos de (a,b)".

Relembramos que este teorema fora demonstrado por K. Weierstrass, em 1885. Mais adiante, o autor apresentara uma outra demonstração deste mesmo teorema, mas devida a H. Lebesgue. Na seqüência, Theodoro Ramos listara as propriedades das funções contínuas, sem demonstrá-las. Ato contínuo, ele passara ao estudo das funções contínuas deriváveis. Apresentara a definição, atual, para a derivada de uma função contínua em um ponto x_o , que é formalmente a definição dada por Cauchy. À página 34, o autor demonstrara três teoremas sobre funções contínuas, todos conhecidos dos matemáticos da época. Um deles fora o seguinte: *Toda função contínua é derivável*. Em verdade, o teorema tem a seguinte redação: *Toda função derivável em um ponto x_o é contínua neste ponto*. Atualmente este teorema consta em todos os bons livros didáticos sobre Cálculo Diferencial e Integral. Logo em seguida, Theodoro Ramos informara que a recíproca deste teorema não é verdadeira. Fato também muito conhecido dos matemáticos desde meados do século XIX. Em 1834, o matemático B. P. J. N. Bolzano apresentara um exemplo de uma função contínua em um intervalo, mas sem derivada em ponto algum do intervalo. Lamentavelmente o exemplo dado por Bolzano não fora suficientemente divulgado[7]. Aliás, sete anos antes da publicação do livro de Cauchy, *Cours d'Analyse*, Bolzano já havia enunciado o critério geral de convergência de séries, bem como definido limite de uma função em um ponto.

Na década de 1850, o matemático alemão G. F. B. Riemann apresentara dois trabalhos, à Universidade Göttingen, para seu concurso de *Privatdozent*. Um sobre Séries Trigonométricas e os Fundamentos da Análise e outro sobre os Fundamentos da Geometria. Fora nesta época que ele dera um exemplo de uma função contínua sem derivada em ponto algum[8]. Em verdade, Riemann apresentara uma função f(x) descontínua em uma infinidade de pontos de um intervalo, mas cuja integral existe e define uma função contínua F(x) que não possui derivada nos pontos do intervalo em questão. Em 1872, em artigo enviado à Academia de Ciências de Berlin (mas, apresentado em suas aulas em 1861) K. Weierstrass também apresentara um exemplo de uma função contínua, mas sem possuir derivada, a saber,

---

[6] A. L. Cauchy dera, na década de 1820, a fundamentação do Cálculo Diferencial e Integral tal como a temos nos dias atuais. Cf. suas obras: "Cours d'analyse", 1821 e "Résumé des leçons donées à l'Ecole Royal Polytechnique", vol. 1, 1823. Também F. Smithies, in "Cauchy's Conception of Rigour in Analysis". Arch. Hist. Exact Sci., 36(1), 1986, pp. 41-61.

[7] Para uma exposição elementar deste exemplo, cf. C. B. Boyer, in "Concepts of the Calculus", New York, Dover Pub., 1959, pp. 269-270.

[8] Cf. Heinrich Weber (editor), in "Collected Works of Bernhard Riemann", with a new introduction by Professor Hans Lewy. New York, Second Edition and the Supplement, Dover Pub., 1953.

$$f(x) = \sum_{n=o}^{\infty} a^n \cos(b^n \pi x)$$, onde 0<a<1; b é inteiro ímpar tal que b>1+$\frac{3}{2}\pi$.

Esta função é representada por uma série uniformemente convergente de funçõs contínuas, logo é contínua em um intervalo, mas não possui derivada em ponto algum desse intervalo.

Theodoro Ramos escrevera o seguinte, no capítulo referente às funções contínuas deriváveis.

"É interessante constatar que Cauchy em 1829, com sua habitual sagacidade, já distinguira a noção de função continua da de função derivavel; assim, referindo-se ao limite da relação que serve de definição à derivada elle dizia: este limite, quando existe, tem um valor deter-minado".

Ato contínuo, Theodoro Ramos passara ao estudo das funções indefinidamente deriváveis. Citara um importante resultado obtido por N. H. Abel para uma série convergente, que fora o seguinte: *Se a série (S) é convergente para um particular valor* x_o *de x, então ela é absolutamente convergente para todo valor de x cujo módulo é inferior ao de* x_o . A partir do acima exposto, observamos que Theodoro Ramos estava familiarizado com a Análise Matemática de sua época. Ele abordara importantes conceitos da Análise, a saber, convergência de uma função ou de uma série, função ou série absolutamente convergente e módulo de uma função ou de uma série, dentre outros. Logo a seguir, ele fizera referências às séries de Taylor e de Maclaurin, bem como às funções analíticas (outro importante conceito da Análise).

À página 38, o autor abordara as funções de classe 1, que são as funções descontínuas limites de sucessões convergentes de polinômios, que foram assim denominadas por R. Baire. Já a denominação de funções de classe zero, fora atribuída às funções limites de sucessões uniformemente convergentes de polinômios. À página 42, o autor, após demonstrar um teorema, escrevera o seguinte.

> " A condição necessária e suficiente para que uma função f(x) seja de classe zero ou de classe 1 é que f(x) seja pontualmente descontínua relativamente a todo conjunto perfeito".

Na continuação, ele nos informara o que seria um conjunto perfeito, a saber, aquele que coincide com seu derivado (outro importante conceito da Análise). Em seguida, o autor apresentara um exemplo para mostrar que há funções que não satisfazem a condição acima referida, que fora o seguinte.

> "A função ϕ(x) definida no intervalo aberto (0,1), igual a 1 nos pontos racionais e, igual a zero nos outros pontos, não é pontualmente descontínua relativamente ao conjunto perfeito constituído pelos pontos do intervalo (0,1), pois todos os pontos deste intervalo são pontos de descontinuidade da função ϕ(x) relativamente ao intervalo (0,1)".

Em seguida, ele nos informara que a função ϕ(x), acima definida é de classe 2, isto é, limite de funções de classe 1. À página 44, o autor escrevera o seguinte.

> "Eis uma outra questão interessante: a que classe pertencem os números derivados de uma função contínua? As indicações que demos na Introdução a respeito da noção de maior e menor limites permitem verificar que os números derivados são quando muito de classe 2".

À página 45 do trabalho, o autor abordara a teoria das funções somáveis. Iniciara o estudo com a sucessão de funções de Baire. Apresentara a seguinte definição.

> "Consideremos uma sucessão $\left[f_n(x)\right]$ de funções da classificação de Baire, definidas no intervalo (a,b). Diz-se que $\left[f_n(x)\right]$ converge simplesmente para a função f(x) quando $f_n(x)$ tende para f(x) em todos os pontos de (a,b) exceto talvez nos pontos de um conjunto de medida nula".

A seguir, ele fizera a seguinte observação: *É evidente que a convergência no sentido comum é um caso particular da convergência simples*. O Professor Lélio Gama que estivera presente à defesa de tese de Theodoro Ramos nos informara in (Gama, L., 1965, pp.27-28) uma admoestação feita a Theodoro Ramos por um dos membros da banca examinadora da defesa de sua tese, quando nesta parte da definição acima, ele dissera "exceto talvez nos pontos de um conjunto de medida nula". "Exceto talvez" fora uma tradução, em língua portuguesa, da expressão em língua francesa "sauf peut-être", muito usada por matemáticos franceses da época. Uma adaptação ao uso da expressão "se e só se". Theodoro Ramos fora censurado por um dos membros da banca examinadora, que lhe dissera: "O Senhor pretende ser um matemático rigoroso. No entanto, emprega, no seu raciocínio matemático, o advérbio "talvez", que denota incerteza, imprecisão, ambigüidade". Como consequência, dera-lhe nota nove. Em verdade, Theodoro Ramos quisera dizer que a propriedade da definição em pauta poderia deixar de se verificar no campo de existência da função f(x), mas que, neste caso, os pontos excepcionais formariam um conjunto de medida nula. A banca examinadora da defesa de tese de Theodoro Ramos fora constituída pelos seguintes professores: Licinio Athanasio Cardoso, professor de Mecânica Racional; Francisco Bhering, professor de Astronomia; Augusto de Brito Belford Roxo, professor de Estabilidade; Mauricio Joppert da Silva. professor de Portos e livre-docente de Cálculo Diferencial e Integral.

Na seqüência do trabalho, o autor demonstrara o seguinte teorema fundamental relativo às sucessões simplesmente convergentes de funções de Baire.

> "Seja $\left[f_n(x)\right]$ uma successão de funcções de Baire convergindo simplesmente para uma funcção limite f(x) no intervallo (a,b). Sendo dado o numero positivo σ, por menor que seja, existe no intervallo (a,b) um conjuncto de medida maior que b-a-σ no qual $\left[f_n(x)\right]$ converge uniformemente".

À página 48, após a demonstração do teorema acima, o autor fizera a seguinte observação.

"Um exame superficial poderia fazer crer que é nulla a medida do complementar do conjuncto (Eσ) em que $\left[f_n(x)\right]$ converge uniformemente. Esta conclusão é errada, pois quando se faz σ tender para zero o conjuncto (Eσ) adquire a cada instante novos pontos e portanto quando se consideram simultaneamente todos os valores de σ e todos os valores correspondentes de x, não se póde mais affirmar que a convergencia é uniforme. Dando-se, porém, a σ um valor fixo, por menor que seja este valor, é permittido dizer que no conjuncto (Eσ) correspondente a convergencia da successão $\left[f_n(x)\right]$ é uniforme. H. Lebesgue em uma communicação feita a E. Borel em 1903 incorreu em uma conclusão errada analoga à que acima nos referimos; em uma nota de 28 de Dezembro de 1903 publicada nos Comptes-Rendus o proprio H. Lebesgue rectificou o seu engano".

Na continuação do trabalho, o autor abordara o estudo das funções limitadas pertencentes à classificação de Baire, desenvolvendo a partir daí a teoria da integração de tais funções. À página 51, ao abordar a integração das funções somáveis, Theodoro Ramos apresentara a seguinte definição.

"Seja f(x) uma função, limitada e definida no intervalo (a,b). Se f(x) é limite de uma sucessão de polinômios $\left[P_n(x)\right]$ simplesmente convergente, diz-se que f(x) é uma função somável".

Na seqüência do trabalho, o autor apresenta a definição de uma função integral de uma função somável. Após demonstrar quatro teoremas relativos a integral de uma função, Theodoro Ramos apresentara a definição da integral definida de uma função somável, que fora a seguinte.

"Seja f(x) uma função somável limite da sucessão de polinômios $\left[P_n(x)\right]$ simplesmente convergente em um intervalo (a,b). A sucessão das integrais $\int_a^x P_n(x)dx$ sendo uniformemente convergente, se dermos ao limite superior um valor fixo b, a sucessão dos números $\int_a^b P_n(x)dx$ tenderá para o número $\int_a^b f(x)dx$ que será por definição a integral definida de f(x) de a a b".

À página 60, o autor escrevera o seguinte.

"Comparando os resultados precedentes com os trabalhos de Borel e Lebesgue relativos à generalização de integral, vemos que supondo as funções limitadas, a definição que apresentamos possui as mesmas propriedades que as definições daqueles autores".

Na continuação, o autor informara que a noção de integral generalizada é central para o estudo das funções derivadas, bem como na pesquisa das funções primitivas. Percebemos mais uma vez que Theodoro Ramos estava bem informado a respeito dos principais resultados da Análise Matemática de sua época. À página 63, onde o autor fizera o estudo da representação efetiva das funções somáveis, ele fizera referências a resultados obtidos por K. Weierstrass e por E. Borel. Na continuação, ele acrescentara o seguinte.

> "Lendo o estudo que fez Lebesgue nas suas "Leçons sur les séries trigonométriques" sobre a representação de uma função somável pelas somas de Féjer, tivemos a idéia de realizar idêntica generalização para a integral ψ(x,K)[9], utilizando parte dos raciocínios ali adotados [...]"

À página 79, o autor abordara a aproximação das funções duas vezes deriváveis. À página 84, Theodoro Ramos passara a abordar as funções de duas variáveis reais. Apresentara alguns teoremas e definições relativos ao assunto. À página 85, ele definira a integral dupla. À página 89, o autor fizera um estudo relativo à representação das funções somáveis de duas variáveis reais por meio da integral dupla de K. Weierstrass. A partir da página 102, Theodoro Ramos fizera a apresentação de algumas proposições, encaixando-as nas diversas cadeiras (disciplinas) do primeiro ao quinto ano do curso de engenharia da Escola Politécnica. Inicia com as funções de uma variável complexa, passando por função analítica de uma variável complexa e pelo teorema de Desargues sobre as cônicas circunscritas a um quadrilátero. Concluíra estas proposições escrevendo sobre campo magnético e vetores.

Não há uma listagem bibliográfica das obras consultadas. Mas, em todo seu trabalho há várias referências às obras de autores como: Weierstrass, Borel, Baire, Lebesgue, Cauchy, Hilbert, Heine, Lipschitz, Riemann, Cantor, S. Pincherle, Goursat, G. Vitali, dentre outros importantes matemáticos de então.

---

[9] Esta integral é dada por ψ(x,K) = $\frac{1}{K\sqrt{\pi}}\int_{-\infty}^{+\infty} f(u)e^{-\left(\frac{u-x}{k}\right)^2}du$.